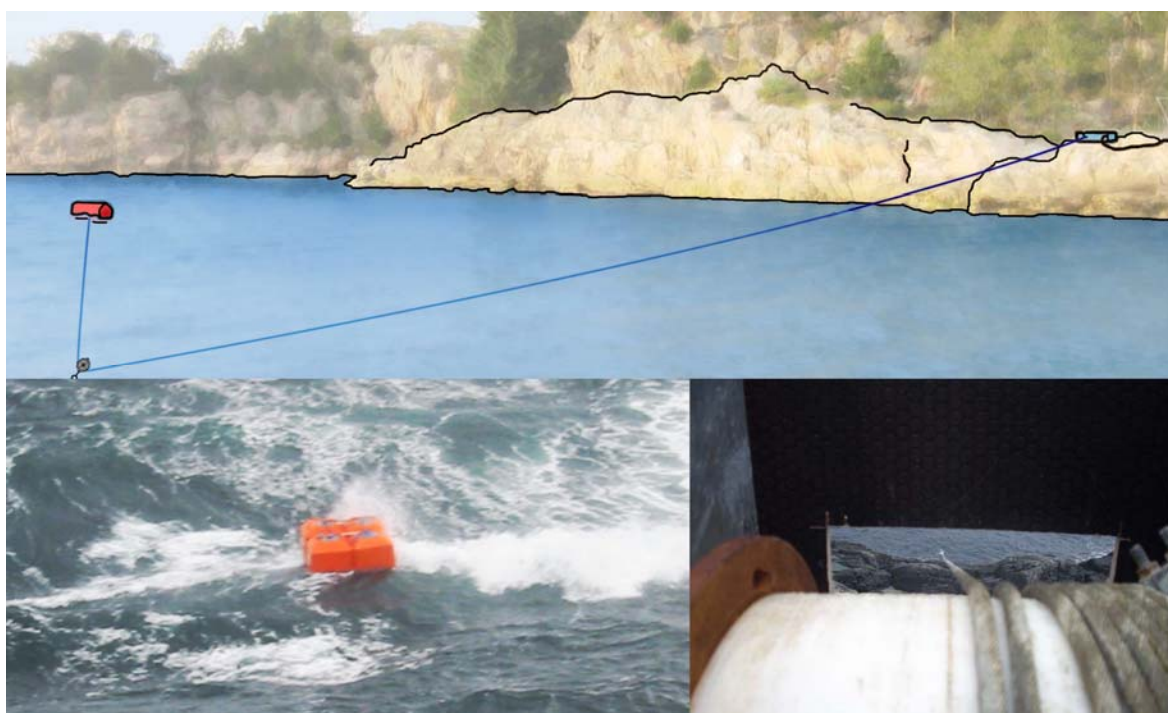
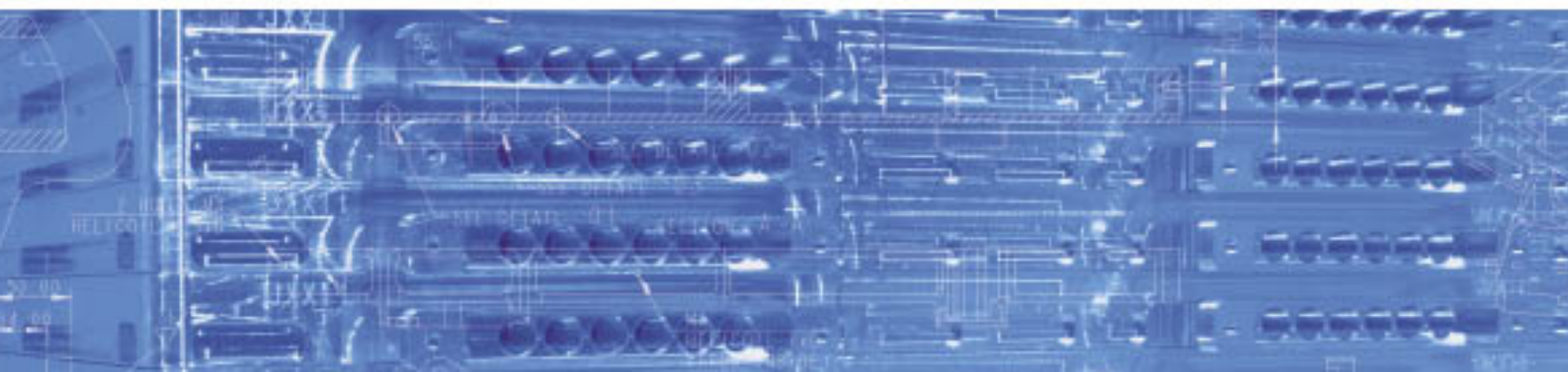


Straumekraft

Verifikasjon av landbasert minikraftverk



Kunde: Straumekraft | Utarbeidet av: Øyvind Torvanger



Prosjekt:

Straumekraft

Tittel:

Verifikasjon av landbasert minikraftverk

Utarbeidet av: Øyvind Torvanger

Sign: *Øyvind Torvanger*

Dato: 19/1-2009

Kontrollert av: Arild Vik

Sign: *Arild Vik*

Dato: 19/1-2009

Prosjektledelse: Øyvind Torvanger

Sign: *Øyvind Torvanger*

Dato: 19/1-2009

Revisjonsstatus

Oversikten viser hvilke kapitler dokumentet består av, hvilke endringer som er gjort siden forrige revisjon, gjeldende revisjon og tilhørende utgivelsesdato.

Kap. nr./Side. nr.	Endring	Revisjon	Dato
Total	Første formelle utgave	A	10.11.2008
Total	Svinghjul fjernet og sentrifugalkobling endret. Dokumentet gir ikke fullstendige resultater.	B	22.12.2008
Total	Resultater for 1.5 m bølgeamplitude er fullstendige. Tabell 17 og 18 er rettet opp.	C	23.12.2008
Total	Fullstendige resultater	D	19.01.2009

Innhold

1: Innledning	5
1.1 Bakgrunn.....	5
1.2 Hensikt.....	5
1.3 Om Prototech.....	5
2: Sammendrag	6
3: Referansedokumenter	7
4: Beskrivelse av bølgekraftverket	8
5: Beskrivelse av bølger	11
6: Matematisk modell	15
6.1 Frihetsgrader og elementer	15
6.2 Flytelegemets vertikale bevegelse.....	17
6.2.1 Strålingskrefter på grunn av flytelegemets akselerasjon.....	18
6.2.2 Strålingskrefter på grunn av flytelegemets hastighet	19
6.2.3 Oppdrift og tyngdekraft	21
6.2.4 Bølgekrefter	22
6.3 Demper og vaier mellom flytelegeme og bunnfeste	23
6.4 Vaier med kjedelinje mellom bunnfeste og vinsj.....	24
6.5 Vinsj	26
6.6 Fjærende kobling mellom vinsj og gir	26
6.7 Girsystem, frikrans, sentrifugalkobling og pumpe.....	27
6.8 Hydraulikk med akkumulator, pumpe og turbin	30
6.9 Flytelegemets horisontale bevegelse	33
6.10 Oppbygging av matriser.....	36
6.11 Numerisk integrasjon av ikke-lineær modell.....	40
6.12 Eksempler på resultater.....	42
6.13 Tapsledd analyse.....	48
6.14 Optimalisering mot en gitt bølge	49
6.15 Resultater fra numerisk integrasjon.....	51
7: Scatterdiagram	55
7.1 Statistisk beskrivelse av bølger - bølgespekter	55
7.2 Effektdiagram for bølger	58
7.3 Scatterdiagram.....	59
7.4 Effektdiagram for bølgekraftverket.....	61
7.5 Scatterdiagram for bølgekraftverket	63
8: Diskusjon	64
8.1 Sentrifugalkobling	64
8.2 Muligheter for økning av effektopptak.....	65
8.3 Feilkilder.....	66
9: Figur- og tabelliste	67
Appendix A: Eksempel på beregning	68

1: Innledning

1.1 Bakgrunn

Straumekraft har utviklet ideer for et landbasert bølgekraftverk basert på bøye prinsippet. Dette dokument bygger videre på revisjon A av samme dokument. Dette dokument gir kun utdrag av resultater, og en mer komplett revisjon er planlagt.

1.2 Hensikt

Prototech vil i denne rapporten undersøke:

- Bølgekraftverkets evne til å konvertere bølgeenergi til elektrisk energi.
- Hvilke krefter som opptrer ved ekstrembølger.

Dette gjøres ved klassiske analyser. Fordelen med slike analyser er at det er enkelt å variere mange av de geometriske forutsetningene. Bruk av klassisk analyse er derfor egnet for å se på effekt av ulike forutsetninger for dermed å kunne optimalisere utforming av anlegget.

Beregningene er bygget opp som følger:

- De fysiske sammenhenger settes opp.
- Matematisk modell for beregning av konvertering av bølgeenergi til elektrisk energi etableres. Dette er en masse-demping-stivhet-last modell med flere frihetsgrader.
- Modellen løses ved numerisk integrasjon for å kunne ta hensyn til ikke-lineære egenskaper. Dette gjøres for enkeltbølger.
- Resultatene av beregningene presenteres i form av kurver og tabeller.
- Basert på disse resultatene etableres transferfunksjoner som beskriver sammenheng mellom elektrisk effekt og bølgeperiode og bølgehøyde
- Disse transferfunksjonene brukes for å fastsette elektrisk effekt ved hver enkelt sjøtilstand i et scatterdiagram.
- Ved å benytte scatterdiagram for målte bølgeforhold kan vi til slutt beregne årsproduksjonen av elektrisk energi.

1.3 Om Prototech

Prototech AS er et heleid datterselskap av CMR (Christian Michelsens Research). CMR er igjen eiet 85% av UiB (Universitetet i Bergen) og driver med uavhengig forskning for industriell utvikling. Dette betyr at både CMR og Prototech er uavhengig i vår forsknings- og utviklingsaktiviteter og kan derfor ha flere kunder innenfor samme marked og teknologiområde. Prototech har i dag stor aktivitet innenfor både romfart, offshore, energi og industri.

Prototech har i flere prosjekter vært FoU (Forskning & Utvikling) bedrift gjennom skattefunn ordningen og forskningsrådets TEFT program (Teknologiformidling fra forskningsinstitutter til små og mellomstore bedrifter).

2: Sammendrag

Straumekraft har utviklet ideer for et landbasert bølgekraftverk basert på bøyeprinsippet.

Dette dokument bygger videre på revisjon A av samme dokument. Endringene som er gjort er først og fremst at et svinghjul er fjernet fra systemet, samt at sentrifugalkoblingen er modellert slik at den slurer når momentkapasiteten overskrides. Momentkapasiteten blir lavere ved høyere omdreiningstall. I revisjon A var sentrifugalkoblingen modellert slik at den sluret ved et visst turtall, uavhengig av belastning.

Prototech har i denne forstudien undersøkt:

- Bølgekraftverkets evne til å konvertere bølgeenergi til elektrisk energi.
- Hvilke krefter som opptrer ved ekstrembølger.

Dette er gjort ved klassisk analyse. Disse analysene gir et diagram som viser bølgekraftverkets effektproduksjon avhengig av sjøtilstand, som vist i tabell nedenfor. Dersom man har tilgjengelig et scatterdiagram som viser hvor ofte ulike sjøtilstander opptrer ved en gitt lokasjon, kan dette diagrammet brukes til å beregne årlig energiproduksjon ved denne lokasjonen.

Celler markert med **rødt** er vindgenererte sjøtilstander. Disse opptrer sjelden eller aldri. Celler markert med **blått** er fullt utviklede sjøtilstander.

Fra-til	T_z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
H_s	T_z H_s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
0.0-0.5	0.35	0.3	0.5	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6
0.5-1.0	0.79	0.7	1.2	1.6	1.6	1.6	1.5	1.4	1.3
1.0-1.5	1.27	1.1	1.8	2.5	2.6	2.6	2.4	2.2	2.1
1.5-2.0	1.77	1.5	2.3	3.6	3.7	3.6	3.3	3.1	2.9
2.0-2.5	2.26	6.9	7.9	8.3	7.7	7.1	6.5	5.9	5.4
2.5-3.0	2.76	10.3	11.8	12.2	11.1	10.1	9.2	8.3	7.6
3.0-3.5	3.26	14.3	16.6	16.9	15.3	13.7	12.4	11.3	10.3
3.5-4.0	3.76	15.9	18.6	19.0	17.2	15.4	14.1	13	12.0
4.0-4.5	4.26	17.3	20.3	20.6	18.9	16.9	15.6	14.4	13.4
4.5-5.0	4.76	18.4	21.7	22.0	20.2	18.3	16.8	15.6	14.6
5.0-5.5	5.26	17.4	21.2	22.5	21.0	19.4	18.0	16.7	15.7
5.5-6.0	5.76	15.3	20.0	22.7	21.7	20.3	19.0	17.6	16.7
6.0-6.5	6.25	12.3	18.0	22.5	22.1	21.1	20.0	18.4	17.5
6.5-7.0	6.75	8.7	15.6	22.0	22.3	21.7	20.8	19.3	18.3
7.0-7.5	7.25	4.7	13.2	21.6	22.5	22.4	21.7	20.1	19.1
7.5-8.0	7.75	1.2	10.9	20.7	22.3	22.7	22.3	20.8	19.7
8.0-8.5	8.25	1.1	10.1	19.1	21.0	22.2	22.3	21.0	19.9
8.5-9.0	8.75	1.0	9.0	17.2	19.2	21.5	22.0	21.1	20.0

Tabell 1 Effektdiagram som viser bølgekraftverkets beregnede effekt [kW].

3: Referansedokumenter

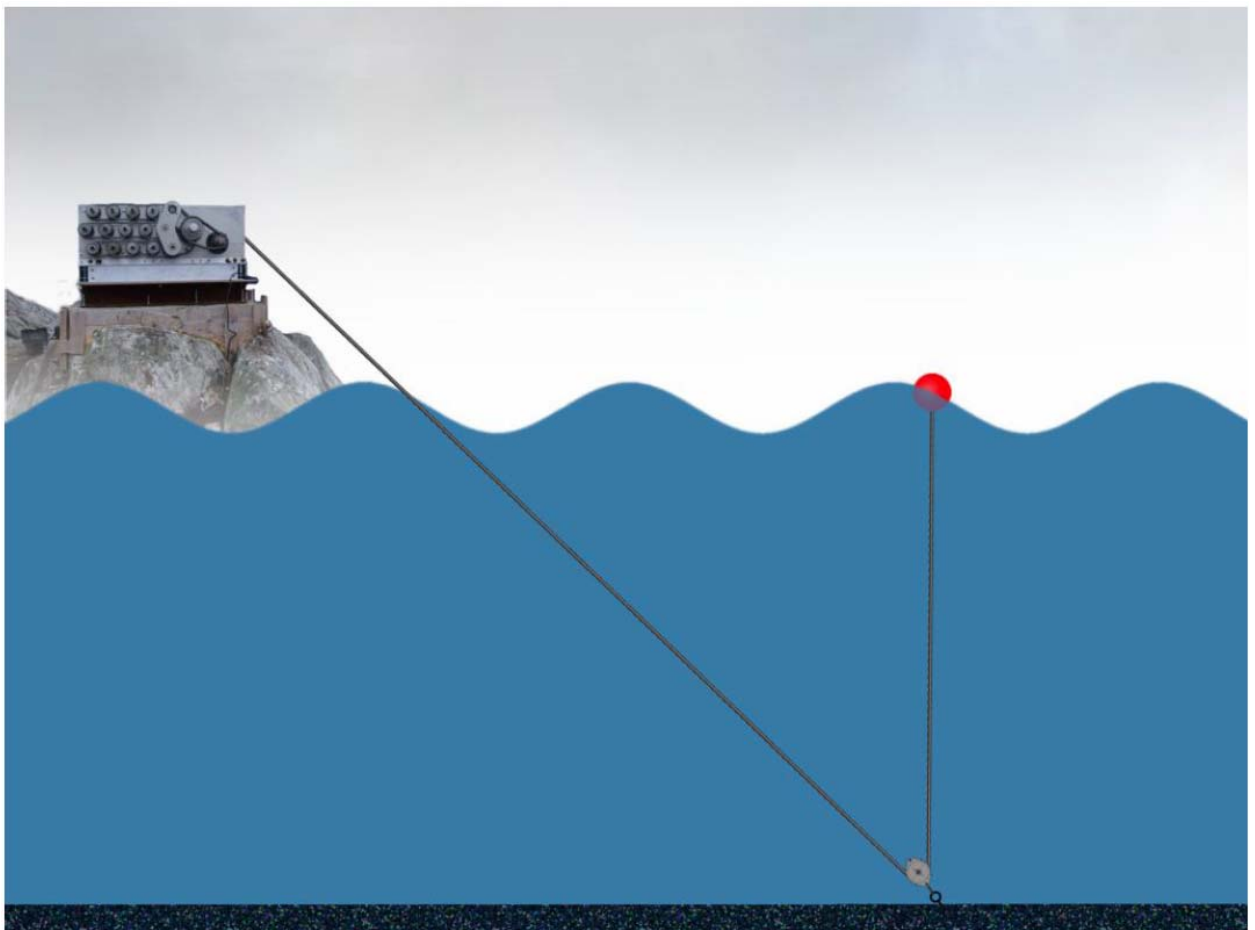
Følgende dokumenter er referert:

- [R1] Essentials of Engineering Fluid Mechanics, 4. ed., 1980.
- [R2] UK-88-31 Marin Hydrodynamikk, Institutt for Marin Hydrodynamikk, Marinteknisk Avd., NTH.
- [R3] UK-89-18 Havmiljøbeskrivelse, Institutt for Marin Hydrodynamikk, Marinteknisk Avd., NTH.
- [R4] Svingning av Konstruksjoner, 2. utgave, Tapir Forlag 1986.
- [R5] Energistyrelsen, J.no 51191/97-0014, juni 1999. Kortlægning af bølgeenergiforhold i den danske del af Nordsøen.
- [R6] Introduction to Thermodynamics, Classical and Statistical, 2. ed, John Wiley & Sons, 1982.
- [R7] Runde Miljøsender, Potensiale for havenergiproduksjon i Møre og Romsdal
Web: <http://www.rundecentre.no/docs/Moere-havenergi-rapp-29102007.pdf>

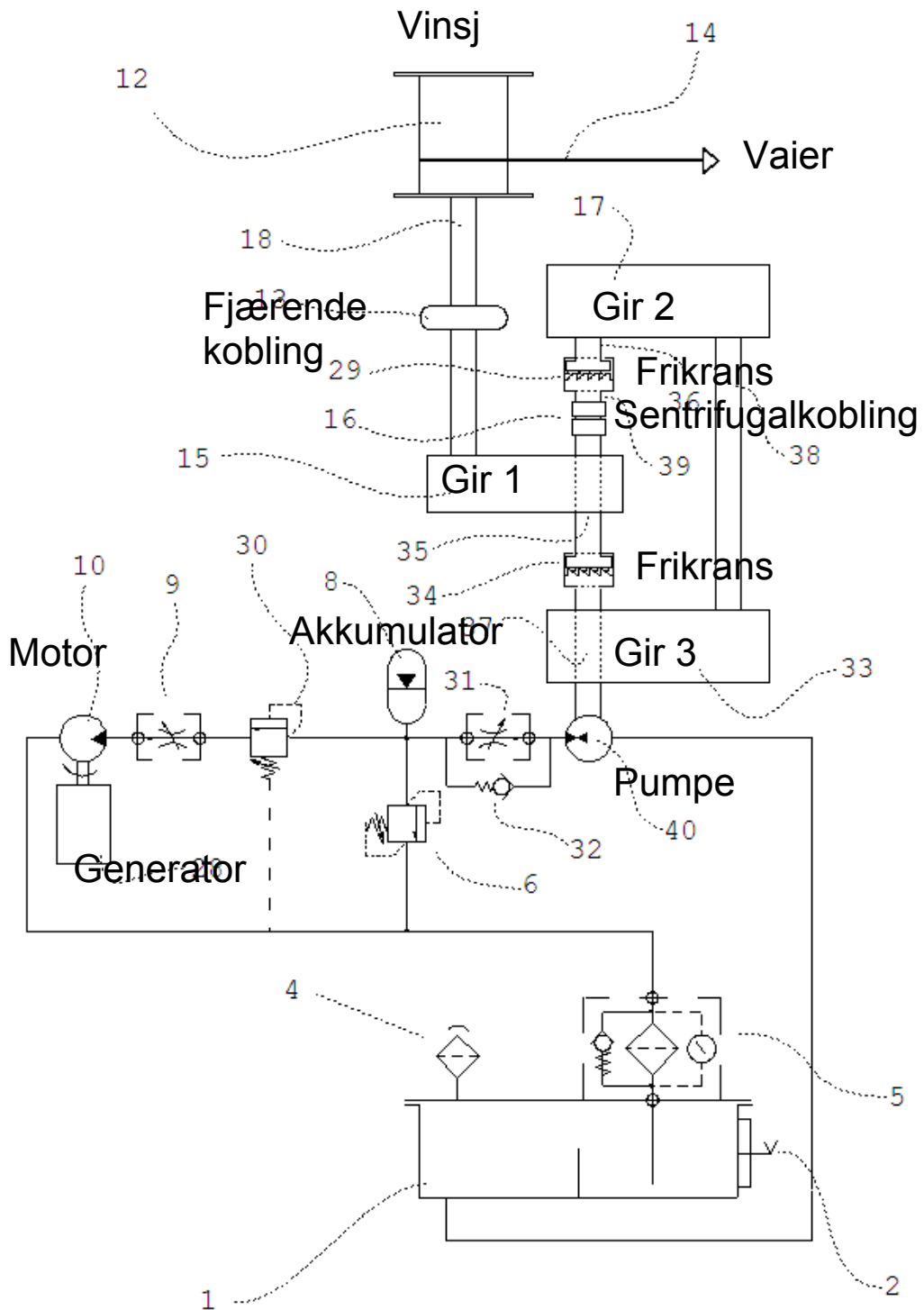
4: Beskrivelse av bølgekraftverket

Bølgekraftverket består av et flytelegeme som blir eksitert av både vertikale og horisontale bølgekrefter. Flytelegemet er forankret i en vaier, som via en trinse festet i bunnen, er festet i en vinsj på land, se Figur 4-1. I vaierens feste til flytelegemet er det lagt inn en fleksibel kobling for å redusere effekten av rykk i vaieren.

Vinsjen driver et girsystem som driver en hydraulikkpumpe. Hydraulikkoljen driver en hydraulisk motor som driver en elektrisk generator. Mellom pumpen og motoren er det en akkumulator som sørger for at motorens trykk jevnes ut. Når flytelegemet beveger seg nedover reverseres hydraulikkstrømmingen gjennom pumpen slik at den fungerer som en motor og sørger for å stramme vaieren. Ved hjelp av en frikrans i girsystemet blir utvekslingen forskjellig avhengig av rotasjonsretningen. Dermed blir netto hydraulikkstrøm positiv. For at ikke pumpen skal overbelastes er det montert en sentrifugal-kobling i girsystemet. I tillegg er det også lagt inn en fleksibel kobling mellom vinsj og girsystem. Dette systemet er vist i Figur 4-2.



Figur 4-1 Flytelegeme med trinse på bunnfeste, koblet til vinsj



Figur 4-2Hydraulisk skjema

Det er tatt utgangspunkt i følgende hovedforutsetninger:

- Diameter flytelegeme: Ø5.0 m
- Dybde: 30 m
- Avstand fra land 150 m
- Vinsjens høyde over havet 20 m
- Vaierens diameter Ø20 mm
- Vinsj diameter Ø400 mm
- Kritisk omdreiningstall på pumpe 1450 rpm
- Mekanisk virkningsgrad på pumpe 95%
- Trykket hvor tilførsel til motor stenges 60 bar
(beregnet for å sørge for tilstrekkelig stram vaier)
- Akkumulatorens ladetrykk 45 bar
- Generator Motstand optimaliseres for hver bølgetilstand. Opp til
30 kW/(liter/s)².
- Deplasement i turbin 22 cm³
- Virkningsgrad i pumpe og generator 90%
- Tetthet i sjøvann 1030 kg/m³
- Høyde på flytelegeme 1.5 m

Følgende forutsetninger er størrelser som er optimalisert ut fra en designbølge med amplitude 1.2 m og bølgeperiode 6 sekunder. Denne designbølgen har samme energi som en sjøtilstand med signifikant bølgehøyde H_s lik 3 m og nullkrysningsperiode på 6 sekunder.

- Girutveksling ved positiv rotasjon 20.0
- Girutveksling ved negativ rotasjon 3.2
- Deplasement i pumpe 500 cm³
- Volum i akkumulator 200 liter

5: Beskrivelse av bølger

I dette kapittel vil vi beskrive bølger beskrevet av Stokes 1. ordens bølgeteori [R2 og R3]. Som eksempel bruker vi en bølgeamplitude på 1.2 m og bølgeperiode på 6 sekunder. De viktigste parametre er gitt nedenfor.

Sjøvannets tetthet	$\rho := 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	
Tyngdens akselerasjon	$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	
Dybde på lokasjonen	$h := 30 \text{ m}$	
Bølgeperiode	$T = 6 \text{ s}$	
Sirkelfrekvens	$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$	
Bølgetall (dypt vann tilnærming)	$k := \frac{\omega^2}{g}$	$k = 0.1118 \frac{1}{\text{m}}$
Bølgetall ved grunt vann	Given $\omega = \sqrt{k \cdot g \cdot \tanh(k \cdot h)}$	$k := \text{Find}(k)$ $k = 0.1121 \frac{1}{\text{m}}$
Bølgelengde ved grunt vann	$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{k}$	$\lambda = 56.053 \text{ m}$
Bølgeamplitude	$\zeta_a = 1.2 \text{ m}$	
Bølgeeffekt (dypt vann tilnærming)	$E := \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho \cdot g^2 \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot \zeta_a^2$	$E = 34.053 \frac{\text{kW}}{\text{m}}$

For å ta hensyn til flytelegemets utstrekning, bruker vi middelverdiene over flytelegemets vannlinjeareal. Alle størrelser (bølgebevegelse, -hastighet, -akselerasjon og -trykk) blir redusert med en faktor beregnet ved:

Flytelegemets diameter

$$D = 5.0 \text{ m}$$

Rms verdien av bølgehøyden over flytelegemets diameter er gitt av

$$\frac{1}{D} \cdot \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos(k \cdot x)^2 dx = 97. \%$$

For å ta hensyn til flytelegemets geometri integreres denne over flytelegemets areal

$$f_{\text{red}} := \frac{1}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos(k \cdot x)^2 \cdot \left[2 \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - x^2} \right] dx = 98. \%$$

Bølgestørrelser blir multiplisert med denne faktoren for å få effektive bølgestørrelser.

Stokes 1. ordens bølgeteori er en ganske enkel bølgeteori, der bølgen beskrives som en harmonisk funksjon, der alle grensebetingelser er tilfredstilt ved den midlere overflate. En høyere ordens Stokes bølgeteori ville beskrevet bølger med tendens til topping, og med grensebetingelser tilfredstilt ved den frie overflate. En slik teori ville imidlertid også gi en netto massetransport, og er derfor ikke brukbar nær land, og er også ganske kompliserende. Stokes bølgeteorier gjelder strengt tatt ikke for dybder mindre enn bølgelengde / 10. En bedre bølgeteori for grunt vann er cnoidale bølger med uendelig bølgelengde (enkeltbølger). Men en slik teori er vanskelig å benytte ved praktiske beregninger på grunn av den uendelige bølgelengden (og bølgeperiode).

Egenskapene til en Stokes bølge kan entydig beskrives ut i fra bølgepotensialet gitt ved

$$\phi(x, z, t) = \frac{-g \cdot \xi_a}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

hvor

g er tyngdens akselerasjon

ξ_a er bølgens amplitude

ω er bølgens sirkelfrekvens, $\omega = 2\pi /$ bølgeperiode

k er bølgetallet, $k = 2\pi /$ bølgelengde

h er dybden

z er vertikal akse (positiv nedover)

x er horisontal akse (positiv i bølgens bevegelses retning)

t er tid

Neste side viser hvordan de ulike størrelser beregnes.

Stokes 1. ordens bølge teori:

Bølgen kan beskrives av hastighetspotensialet

$$\phi(x, z, t) = \frac{-g \cdot \zeta_a}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

"z" er positiv nedover, "x" er positiv i bølgens bevegelsesretning, "t" er positiv nedover

Partikkelbane i horisontal retning
i forhold til middeposisjon $\int \frac{d}{dx} \phi \, dt$

$$\zeta_x(x, z, t) := f_{red} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Partikkelbane i vertikal retning
i forhold til middeposisjon $\int \frac{d}{dz} \phi \, dt$

$$\zeta_z(x, z, t) := f_{red} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Hastighet i horisontal retning $\frac{d}{dx} \phi$

$$v_x(x, z, t) := -f_{red} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Hastighet i vertikal retning $\frac{d}{dz} \phi$

$$v_z(x, z, t) := f_{red} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Akselerasjon i horisontal
retning $\frac{d}{dt} \frac{d}{dx} \phi$

$$a_x(x, z, t) := -f_{red} \cdot g \cdot \zeta_a \cdot k \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Akselerasjon i vertikal
retning $\frac{d}{dt} \frac{d}{dz} \phi$

$$a_z(x, z, t) := -f_{red} \cdot g \cdot \zeta_a \cdot k \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Dynamisk trykk $\rho \cdot \frac{d}{dt} \phi$

$$p(x, z, t) := f_{red} \cdot \rho \cdot g \cdot \zeta_a \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Bølgehastighet $\frac{\omega}{k}$

$$C_w := \sqrt{\frac{g \cdot \tanh(k \cdot h)}{k}}$$

Gruppestastighet
(energitransport hastighet) $\frac{d}{dk} \omega$

$$C_G := \frac{C_w}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot k \cdot h}{\sinh(2 \cdot k \cdot h)} \right)$$

Kinetisk energi i en bølge

$$E_{kin} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_0^\lambda \int_0^h \zeta_x(x, z, 0 \cdot sec)^2 + \zeta_z(x, z, 0 \cdot sec)^2 \, dz \, dx$$

Potensiell energi i en bølge

$$E_{pot} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_0^\lambda \int_0^h v_x(x, z, 0 \cdot sec)^2 + v_z(x, z, 0 \cdot sec)^2 \, dz \, dx$$

Effekt i bølge

$$P := \frac{E_{kin} + E_{pot}}{\lambda} \cdot C_G \quad P = 33.195 \frac{kW}{m}$$

Effekt i bølge (dypt vann)

$$E = 34.053 \frac{kW}{m}$$

$$\frac{C_G}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_0^\lambda \int_0^{3.1 \cdot m} \zeta_x(x, z, 0 \cdot sec)^2 + \zeta_z(x, z, 0 \cdot sec)^2 \, dz \, dx + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_0^\lambda \int_0^{3.1 \cdot m} v_x(x, z, 0 \cdot sec)^2 + v_z(x, z, 0 \cdot sec)^2 \, dz \, dx \right) = 16.6 \frac{kW}{m}$$

Vi ser av formlene at for dypt vann er horisontal og vertikal partikkelbane like store, men faseforskjøvet 90° . Dette betyr at vannpartiklene beveger seg i sirkelbaner. På middeloverflaten har disse sirkelbanene en radius som nødvendigvis er like stor som bølgeamplituden. Denne radiusen reduseres raskt når man beveger seg nedover i sjøen. På grunnere vann ser at horisontal partikkelbane er litt større enn vertikal partikkelbane. Dette betyr at vannpartiklene beveger seg i ovale baner.

Vi ser at energien i bølgen er likt fordelt mellom potensiell energi og kinetisk energi. Videre legger vi merke til at energien forplanter seg i en hastighet som er halvparten av bølgens hastighet på dypt vann, mens på grunnere vann forplanter energien seg raskere. Ved helt grunt vann forplanter energien seg like fort som bølgene.

Siste formelen på forrige side viser at i dette eksempelet ligger 50% av bølgeenergien i de øverste 3.1 m.

Når en bølge kommer fra dypt vann til grunnere vann, vil bølgehøyden endres og bølgelengden bli kortere. Hvis bunnens topografi er jevn vil bølgeenergien i stor grad beholdes. I så fall vil korte bølger få økt bølgehøyde, mens lange bølger vil få redusert bølgehøyde. Ved brå endringer i dybdeforhold vil bølgeenergien i dypene reflekteres og tapes.

Fordi bølgelengden reduseres ved grunnere vann vil bølger ha en tendens til å dreie inn mot land dersom bunntopografien er jevn. Ved nes vil bølger ha en tendens til å konsentreres rundt neset, mens når bølger kommer inn i en vik med gradvis grunnere vann vil bølgene ha en tendens til å dreie av mot sidene av viken slik at energien reduseres innerst i viken. Dersom viken i stedet består av steile vegger vil bølgene reflekteres av veggene og konsentreres innover.

6: Matematisk modell

6.1 Frihetsgrader og elementer

Figur på neste side viser hvordan den matematiske modellen er bygget opp. Den matematiske modellen består av

- masser - symbolisert ved røde sirkler
- dempeledd - symbolisert som støtdempere
- stivheter - symbolisert som fjærer
- krefter - symbolisert med piler

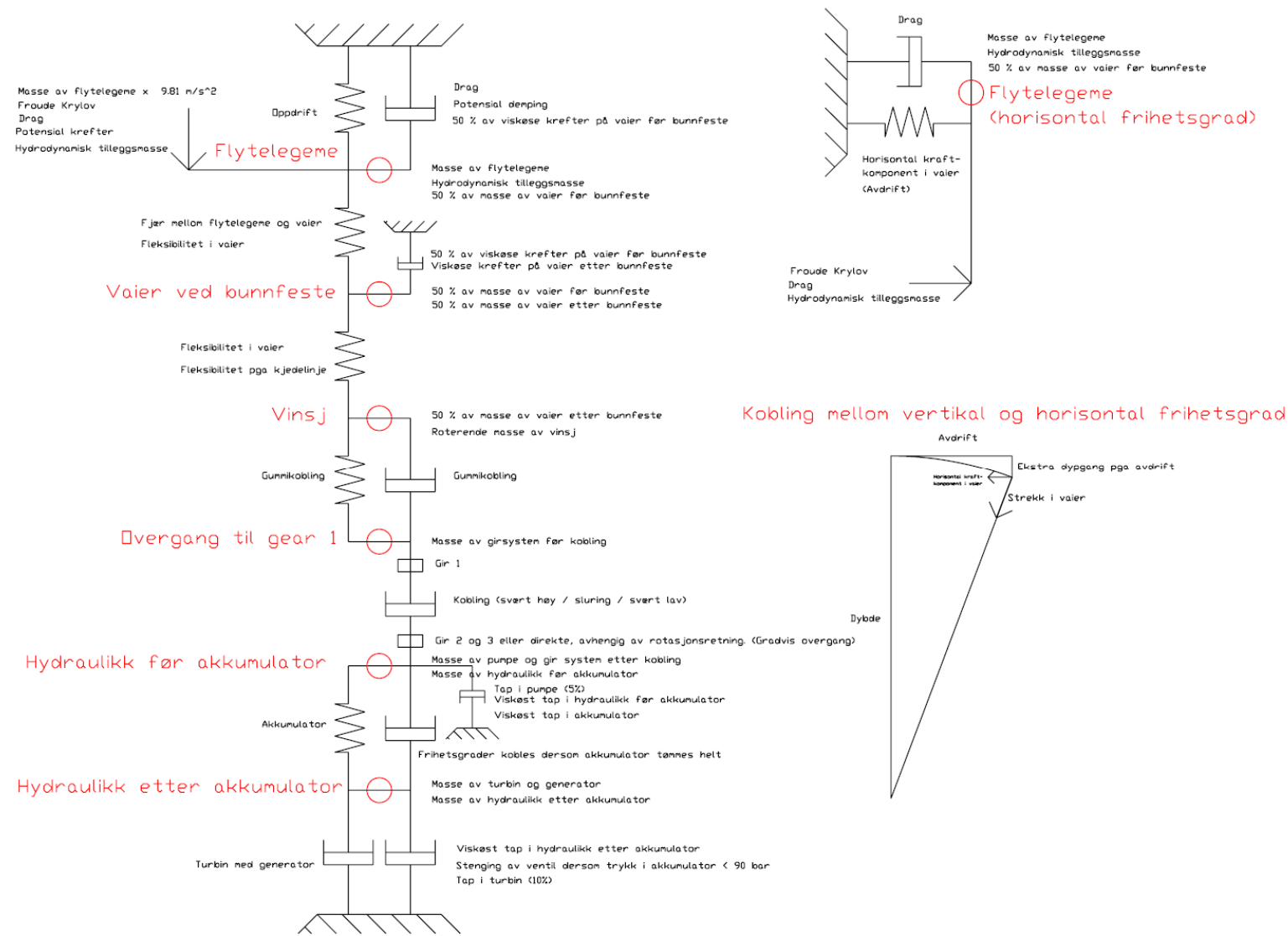
Modellen består av 7 frihetsgrader pluss en fastholdt frihetsgrad. Krefter og masser legges direkte på hver frihetsgrad, mens stivheter og dempeledd er elementer mellom de ulike frihetsgradene. Den fastholdte frihetsgraden må være tilstede fordi noen krefter oppstår på grunn av systemets bevegelse i forhold til omgivelsene, som for eksempel de fleste dempeledd i systemet. I disse tilfellene kobles et dempelement mellom den aktuelle frihetsgraden og den fastholdte frihetsgraden. Andre krefter er krefter som oppstår på grunn av relativ bevegelse mellom de ulike frihetsgradene, som for eksempel de fleste fjærer i systemet. I disse tilfellene kobles et fjærelement mellom de aktuelle frihetsgradene. I de tilfellene stivhetene er ikke-lineære blir stivheten modellert som en kombinasjon av fjær og krefter. Vi har følgende frihetsgrader:

- Fastholdt frihetsgrad
- A. Flytelegemets vertikale bevegelse
- B. Bunnfeste
- C. Vaier på vinsj
- D. Aksling mellom gummikobling og gir 1
- E. Hydraulikk system før akkumulator
- F. Hydraulikk system før akkumulator
- G. Flytelegemets horisontale bevegelse

Denne oppdelingen er valgt fordi det mellom disse frihetsgradene finnes enten stivhets- eller dempeledd. Modellen beregner forskyvningen av alle disse frihetsgradene. Hastighet finnes ved den tidsderiverte av forskyvning, og akselerasjon er den tidsderiverte av hastighet.

Legg merke til at det ikke finnes noen fjærkrefter mellom den fastholdte frihetsgraden og frihetsgradene E og F. Dette betyr at disse to frihetsgradene ikke har noen begrensinger i forhold til posisjon, kun i forhold til hastighet. Disse to frihetsgradene representerer hydraulikken, slik at den tidsderiverte av denne frihetsgraden representerer hastigheten på hydraulikkoljen.

Legg også merke til at frihetsgrad G ikke er direkte koblet til andre enn den fastholdte frihetsgraden. Frihetsgraden er imidlertid indirekte koblet ved gjensidig påvirkning av stivhet og krefter.



Figur 6-1 Matematisk modell

6.2 Flytelegemets vertikale bevegelse

Bølgekreftene består av 3 ledd [R2]:

- Diffraksjonskrefter på grunn av vannpartiklenes hastighet
- Diffraksjonskrefter på grunn av vannpartiklenes akselerasjon
- Froude-Krylov krefter (på grunn av dynamisk trykk i bølgen)

I tillegg har vi følgende krefter på flytelegemet:

- Strålingskrefter på grunn av flytelegemets hastighet
- Strålingskrefter på grunn av flytelegemets akselerasjon
- Massekrefter på grunn av flytelegemets vekt og akselerasjon
- Tyngdekraft på grunn av flytelegemets vekt
- Oppdrift som er proporsjonalt med flytelegemets dypgang så lenge flytelegemet ikke er fullstendig neddykket (men konstant når helt neddykket)

Beregning av disse kreftene er gitt på de neste sidene.

Flytelegeme - vertikal frihetsgrad

Diameter på flytelegeme

$$D = 5 \text{ m}$$

Vannlinjeareal på flytelegemet

$$A := \frac{\pi}{4} \cdot D^2$$

Høyde på flytelegeme

$$H = 1.5 \text{ m}$$

Nominell masse av flytelegeme
(estimert stål)

$$M_{\text{flytelegeme}} := \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 + \pi \cdot D \cdot H \right) \cdot 10 \cdot \text{mm} \cdot 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$M_{\text{flytelegeme}} = 4.9 \text{ tonne}$$

6.2.1 Strålingskrefter på grunn av flytelegemets akselerasjon

Strålingskrefter på grunn av flytelegemets vertikale akselerasjon er proporsjonale med den hydrodynamiske tilleggsmassen. Vi kan anslå den hydrodynamiske tilleggsmassen:

Ubelastet dypgang $B := \frac{M_{\text{flytelegeme}}}{A \cdot \rho}$ B = 244 mm

Ulike verdier for hydrodynamisk tilleggsmasse i vertikal retning:

Neddykket disk (0 høyde): $\frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho$ (Munk 1934)

Neddykket uendelig lang plate (0 høyde): $1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot \text{Waterlinearea} \cdot \rho$ (Meyerhoff 1970)

Sammenligner vi disse to tilfellene ser vi at forholdet mellom en sirkulær disk og en uendelig lang plate er lik

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho}{1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot A \cdot \rho} = \frac{\frac{1}{3} \cdot D \cdot \frac{4}{\pi} \cdot A}{1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot A} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 54\%$$

Neddykket rektangulært skrog, like langt som bredt, Dypgang = bredde/2: $1.32 \cdot \text{Displacement} \cdot \rho$ (Sarpkaya 1960)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt: $1.19 \cdot \text{Displacement} \cdot \rho$ (Bai 1977, Flagg and Neumann 1971)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/2: $0.75 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger ca 6 s)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/4: $1.5 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger ca 6 s)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/8: $3 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger kortere enn 6 s)

Vårt dypgang / bredde forhold er ca 1/40.

Høyde / bredde forholdet er ca 1/11

Vi ser av Vugts tall at

$$0.75 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{2} \cdot \rho = 1.5 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{4} \cdot \rho = 3 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{8} \cdot \rho$$

La oss nå erstatte "bredde" med

$$\sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} = 4.431 \text{ m}$$

Da kan vi sette hydrodynamisk tilleggsmasse lik

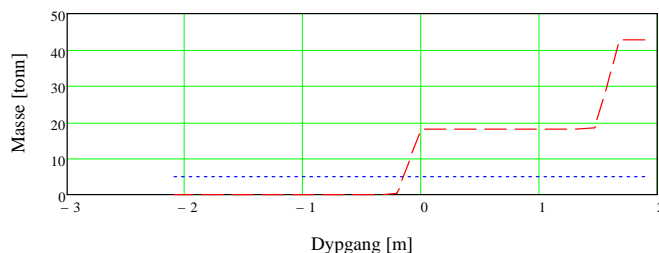
$$\frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho = 33.606 \text{ tonne}$$

Samtidig er ikke vårt skrog uendelig langt, men tvertimot ganske kort. Vi antar derfor at for vår sirkulære disk kan vi redusere faktoren med en faktor 54%, som vist ovenfor.

$$54\% \cdot \frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho = 18.147 \text{ tonne}$$

Basert på disse tallene setter vi at hydrodynamisk tilleggsmasse er lik

$$M_H(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \text{ tonne} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \text{ m} \\ 54\% \cdot \frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho & \text{if } 0 \text{ m} \leq \zeta - u < H \\ \frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases} \quad M_H(0 \text{ m}, 0 \text{ m}) = 18.147 \text{ tonne}$$



--- Flytelegeme
— Hydrodynamisk tilleggsmasse

6.2.2 Strålingskrefter på grunn av flytelegemets hastighet

Strålingskrefter på grunn av flytelegemets vertikale hastighet er delvis proporsjonal med kvadratet av hastigheten og delvis proporsjonal med hastigheten. Disse kreftene representerer altså demping.

Viskøs demping (drag) på flytelegeme

$$\text{Reynoldstall} = \frac{1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot D}{1.1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 4.545 \times 10^6$$

$$\text{Neddykket disk:} \quad \frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot du^2 \quad (\text{NS3479})$$

Flytende disk: Antar at dragkreftene reduseres med 50%.

Dette gir en ikke-lineær dempekoeffisient

Basert på disse tallene setter vi at demping pga drag er lik

$$C_d(u, \zeta, du, d\zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N}{m \cdot s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ 50\% \cdot \frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot |du - d\zeta| & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ \frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot |du - d\zeta| & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

Potensialdemping på flytelegeme

Potensialdemping er demping pga av at flytelegemets bevegelse genererer bølger. Når skroget er fullstendig neddykket reduseres potensialdempingen betraktelig. Ulike verdier for hydrodynamisk potensialdemping i vertikal retning:

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/2:
$$\frac{0.3 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/4:
$$\frac{0.9 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/8:
$$\frac{2.3 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Vårt dypgang / bredde forhold er ca 1/40.

Vi tar utgangspunkt i dybde/bredde = 1/8.

$$\frac{2.3 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{8} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} = \frac{2.3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \text{bredde}} \cdot \rho$$

La oss nå erstatte "bredde" med

$$D \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}} = 4.431m$$

Ved andre bølgefrequenser endrer faktoren 2.3 seg. Vi kan tilnærme kurven for dypgang/bredde = 1/8 med:

$$\text{Coeff}(\omega) := \frac{1}{0.3 \left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}}}{2 \cdot g}} \right)^2 + 0.15 \left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}}}{2 \cdot g}} \right)^{-2}}$$

$\text{Coeff}\left(\frac{2 \cdot \pi}{4 \cdot \text{sec}}\right) = 2.292$
 $\text{Coeff}\left(\frac{2 \cdot \pi}{6 \cdot \text{sec}}\right) = 1.471$
 $\text{Coeff}\left(\frac{2 \cdot \pi}{10 \cdot \text{sec}}\right) = 0.585$

Da kan vi sette potensialdemping lik
$$\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho = 54.014 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$$

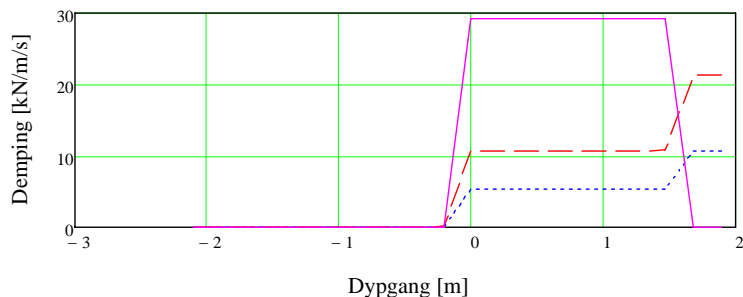
Samtidig er ikke vårt skrog uendelig langt, men tvertimot ganske kort. Vi antar derfor at for vår sirkulære disk kan vi redusere faktoren med en faktor 54%, på samme måte som for den hydrodynamiske tilleggsmassen.

$$54\% \cdot \left(\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho \right) = 29.168 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$$

Basert på disse tallene setter vi at potensialdemping er lik

$$C_H(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot \text{m} \\ 54\% \cdot \left(\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho \right) & \text{if } 0 \cdot \text{m} \leq \zeta - u < H \\ 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s} & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

$C_H(0 \cdot \text{m}, 0 \cdot \text{m}) = 29.168 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$



- - - Drag ved 1 m/s
— Drag ved 2 m/s
— Potensialdemping

6.2.3 Oppdrift og tyngdekraft

Oppdrift er proporsjonal med flytelegemets dypgang så lenge det ikke er helt neddykket. Oppdrift representerer altså en stivhet. Når flytelegemet er helt neddykket er oppdriften konstant, slik at det i så fall er en kraft.

Tyngdekraften er en konstant kraft. Flytelegemet er definert å ha 0 forskyvning når bunnen ligger i overflaten. Positiv retning er oppover, slik at uten bølger vil altså flytelegemet ha en forskyvning lik den negative verdien av ubelastet dypgang.

Oppdrift - stivhet

Stivhet på grunn av flytelegemets dypgang (oppdrift)

$$K_{\text{oppdrift}}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot g & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

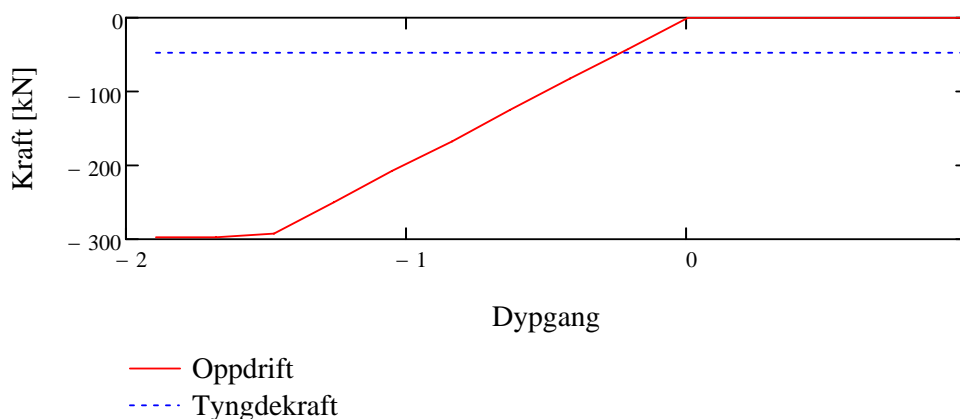
Oppdrift - kraft

Dersom flytelegemet er helt neddykket erstattes fjærstivheten med en konstant oppdrifts-kraft.

$$F_{\text{oppdrift}}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot N & \text{if } \zeta - u < H \\ \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot H \cdot \rho \cdot g & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

Tyngdekraft

Tyngdekraft på flytelegeme $F_{\text{statisk}} := -M_{\text{flytelegeme}} \cdot g$



6.2.4 Bølgekrefter

De viktigste kreftene er Froude-Krylov kreftene som er kreftene på grunn av det dynamiske trykket i bølgen. I tillegg kommer diffraksjonskreftene. Men på samme måte som strålingskreftene er proporsjonale med flytelegemets akselerasjon og hastighet er diffraksjonskreftene proporsjonale med bølgenes akslerasjon og hastighet – med de samme koeffisienter.

Froude Krylov (dynamisk oppdrift)

$$\begin{array}{l}
 \text{Trykk under flytelegemet} \\
 \text{hvor } \zeta \text{ er overflateheving} \\
 \zeta_z(x, 0 \cdot m, t)
 \end{array}
 \quad
 F_{FK}(u, \zeta, x, t) := \begin{cases}
 0 \cdot N & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\
 p(x, -u, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\
 p(x, -u, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 - 100\% \cdot p(x, -u - H, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 & \text{if } \zeta - u \geq H
 \end{cases}$$

Dragkrefter

$$\text{Dragkrefter} \quad F_{drag}(u, \zeta, du, d\zeta) := C_d(u, \zeta, du, d\zeta) \cdot d\zeta$$

hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet

$$v_z(x, -u_A, t)$$

Potensialkrefter

$$\text{Potensialkrefter} \quad F_h(u, \zeta, d\zeta) := C_h(u, \zeta) \cdot d\zeta$$

hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet

$$v_z(x, -u_A, t)$$

Trehetskrefter

$$\text{Trehetskrefter} \quad F_{am}(u, \zeta, dd\zeta) := M_h(u, \zeta) \cdot dd\zeta$$

hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$$

hvor $dd\zeta$ er partikkelakselerasjon under flytelegemet

$$a_z(x, -u_A, t)$$

6.3 Demper og vaier mellom flytelegeme og bunnfeste

Diameter på vaier

$$d_{\text{vaier}} := 20 \text{ mm}$$

Styrke (bruddlast) i vaier

$$\text{MBL} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2 \cdot 1100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\text{MBL} = 345.575 \text{ kN}$$

Masse av vaier

Vekt pr lengde

$$q_{\text{vaier}} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2 \cdot 6300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$q_{\text{vaier}} = 2.0 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Masse av vaier før bunnfeste

$$M_{\text{vaier}_1} := q_{\text{vaier}} \cdot h$$

$$M_{\text{vaier}_1} = 59 \text{ kg}$$

Viskøse krefter på vaier

Typisk Reynolds tall

$$\text{Re} := \frac{1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot h \cdot \rho}{\nu}$$

$$\text{Re} = 2.364 \times 10^7$$

Friksjonsfaktor ved Reynoldstall

$$f := 0.01$$

Vaier før bunnfeste

$$C_{\text{vaier}_1}(\text{du}) := f \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |\text{du}| \cdot \pi \cdot d_{\text{vaier}} \cdot h$$

$$C_{\text{vaier}_1} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 9.708 \frac{\text{N}}{\text{m}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Demper under flytelegeme

Valgt stivhet

$$K_{\text{demper}} := 1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Fleksibilitet i vaier

Fleksibilitet i vaier før bunnfeste

$$K_{\text{vaier}_1} := \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2}{h}$$

$$K_{\text{vaier}_1} = 2.094 \times 10^3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

6.4 Vaier med kjedelinje mellom bunnfeste og vinsj

Kjedelinjen representerer en svært ikke-lineær fjær. Vekten av vaieren sørger for at det alltid er et strekk i vaieren helt til hele vaieren legger seg på bunnen - som ikke er definert. Denne fjæren har dermed ikke noe definert null-punkt, og modelleres som en kombinasjon av interne krefter og en fjær. Null-punktet velges som et punkt på kraft-deformasjons grafen som gir mest mulig lineær fjær ved høye laster. Ved høye laster er det stivheten av selve vaieren som dominerer.

Masse av vaier

Masse av vaier etter bunnfeste

$$M_{\text{vaier}_2} := q_{\text{vaier}} \cdot \sqrt{(h + h_v)^2 + b^2}$$

$$M_{\text{vaier}_2} = 313 \text{ kg}$$

Viskøse krefter på vaier

Vaier etter bunnfeste

$$C_{\text{vaier}_2}(\text{du}) := f \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |\text{du}| \cdot \pi \cdot d_{\text{vaier}} \cdot \sqrt{h^2 + \left[b \cdot \left(\frac{h}{h + h_v} \right) \right]^2}$$

$$C_{\text{vaier}_2} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 30.698 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Fleksibilitet i vaier

Fleksibilitet i vaier etter bunnfeste

$$K_{\text{vaier}_2} := \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2}{\sqrt{(h + h_v)^2 + b^2}}$$

$$K_{\text{vaier}_2} = 397.384 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kjedelinje

Vaierens vekt pr m

$$q_{\text{vaier}} = 2.0 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Horisontal lengde av kjedelinjen

$$b = 150 \text{ m}$$

Vertikal lengde av kjedelinjen

$$h + h_v = 50 \text{ m}$$

Horisontalt strekk

$$BT$$

Tenkt horisontal lengde fra bunnfeste til horisontal kjedelinje. (X=0 betyr at vaier er horisontal ved bunnfestet)

$$X(BT) := \frac{BT}{q_{\text{vaier}}} \cdot \text{asinh} \left[\frac{(h + h_v) \cdot q_{\text{vaier}}}{2 \cdot BT \cdot \sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot b}{BT} \right)} \right] - \frac{b}{2}$$

Minste horisontale strekk i vaier før den legger seg på bunnen:

$$\text{Given} \quad X(BT) = 0 \cdot \text{m} \quad BT_0 := \text{Find}(BT)$$

$$BT_0 = 460.93 \text{ kg}$$

$$X(BT_0) = 2.842 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Lengde av kjedelinje

$$L_{\text{kj}}(BT) := \frac{BT}{q_{\text{vaier}}} \cdot \left[\sinh \left[\frac{q_{\text{vaier}} \cdot (X(BT) + b)}{BT} \right] - \sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot X(BT)}{BT} \right) \right]$$

$$L_{\text{kj}}(BT_0) = 160.589 \text{ m}$$

Minste mulige lengde (ved uendelig høy kraft)

$$\sqrt{b^2 + (h + h_v)^2} = 158.114 \text{ m}$$

Prosjekt: 30874

Vertikal kraftkomponent ved vinsj $BT_0 \cdot \sinh \left[\frac{q_{vaier} \cdot (X(BT_0) + b)}{BT_0} \right] = 317.837 \text{ kg}$

Totalt strekk i vaier $TT(BT) := BT \cdot \cosh \left[\frac{q_{vaier} \cdot (X(BT) + b)}{BT} \right]$ $TT(BT_0) = 559.891 \text{ kg}$

Vinkel ved vinsj $\text{atan} \left[\sinh \left[\frac{q_{vaier} \cdot (X(BT_0) + b)}{BT_0} \right] \right] = 34.588 \cdot \text{deg}$

Vinkel ved bunnfeste $\text{atan} \left(\sinh \left(\frac{q_{vaier} \cdot X(BT_0)}{BT_0} \right) \right) = 7 \times 10^{-15} \cdot \text{deg}$

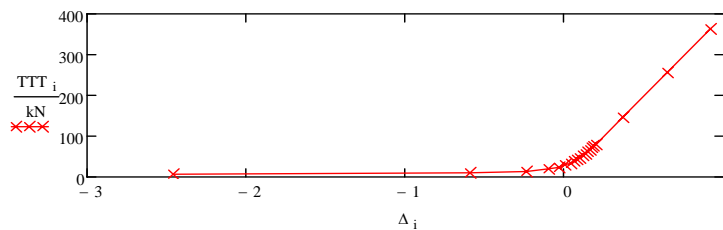
Vektor for horisontalt strekk $\vec{w}_{BT} := i \cdot BT_0$ $BT_{18} := 0.4 \cdot \frac{MBL}{g}$ $BT_{19} := 0.7 \cdot \frac{MBL}{g}$ $BT_{20} := \frac{MBL}{g}$

Vektor for strekk $TTT_i := TT(BT_i) \cdot g$

Vektor for forskyvning i forhold til et valgt 0-punkt (valgt for å ha mest mulig lineær stivhet ved høye laster) $\Delta_i := L_{kj}(BT_{20}) - L_{kj}(BT_i) + \frac{TTT_i}{K_{vaier_2}}$

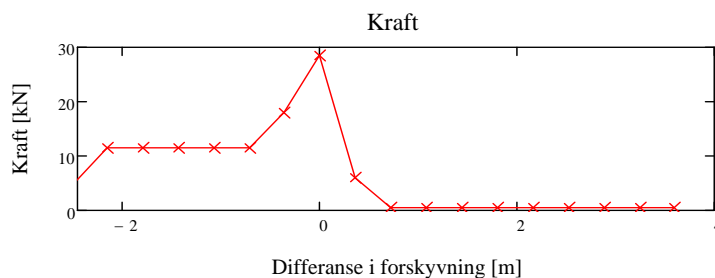
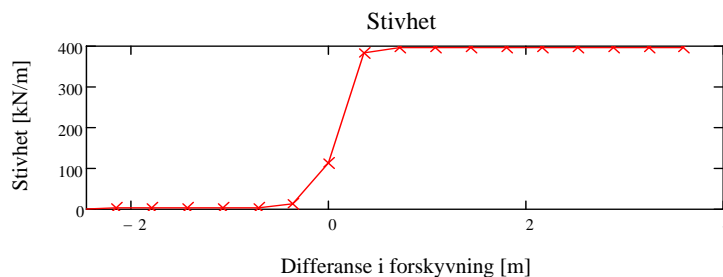
Dette null punktet medfører at vaier legger seg i bunn dersom forskyvning er mindre enn

$$\Delta_1 = -2.46 \text{ m}$$



Ikke-lineær stivhet:
$$K_{kj}(\Delta u) := \begin{cases} \frac{\text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta u + 1 \cdot \text{mm}) - \text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta u - 1 \cdot \text{mm})}{2 \cdot \text{mm}} & \text{if } \Delta u > \Delta_1 \\ 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Avvik mellom kjedelinjens kraft og kraft pga stivhet
$$F_{kj}(\Delta u) := \begin{cases} \text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta u) - K_{kj}(\Delta u) \cdot \Delta u & \text{if } \Delta u > \Delta_1 \\ BT_0 \cdot g & \text{otherwise} \end{cases}$$
 $K_{kj}(3 \cdot \text{m}) = 396.752 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$



6.5 Vinsj

Diameter på vinsj

$$d_{\text{vinsj}} := 400 \text{ mm}$$

Bredde på vinsj

$$b_{\text{vinsj}} := 250 \text{ mm}$$

$$b_{\text{vinsj}} = 250 \text{ mm}$$

Treghetsmoment av trommel (solid aksling)

$$I_{\text{vinsj}} := \frac{(d_{\text{vinsj}})^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vinsj}}^2 \cdot b_{\text{vinsj}} \cdot 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$I_{\text{vinsj}} = 4.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Masse i forhold til vaierens angrepspunkt

$$M_{\text{vinsj}} := \frac{I_{\text{vinsj}}}{\left(\frac{d_{\text{vinsj}}}{2} + \frac{d_{\text{vaier}}}{2} \right)^2}$$

$$M_{\text{vinsj}} = 112 \text{ kg}$$

6.6 Fjærende kobling mellom vinsj og gir

Valgt stivhet i kobling

$$K_{\text{gk_rot}} := \frac{300 \text{ kN} \cdot \text{m}}{360 \text{ deg}}$$

Stivhet i forhold til vaierens angrepspunkt

$$K_{\text{gk}} := \frac{K_{\text{gk_rot}}}{\left(\frac{d_{\text{vinsj}}}{2} + \frac{d_{\text{vaier}}}{2} \right)^2}$$

$$\frac{\text{MBL}}{K_{\text{gk}}} = 0.319 \text{ m}$$

$$K_{\text{gk}} = 1.083 \times 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Antar liten demping i kobling. Dette er altså en mekanisk fjær

$$C_{\text{gk}} := 2\% \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot K_{\text{gk}}}{2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \text{Hz}}$$

$$C_{\text{gk}} = 4.874 \frac{\text{kN}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

6.7 Girsystem, frikrans, sentrifugalkobling og pumpe

Utteksling gir 1	$gir_1 = 3.2$
Utteksling gir 2	$gir_2 = 2.5$
Utteksling gir 3	$gir_3 = 2.5$

Når pumpen er i driftmodus drives alle tre gir.

Når pumpen er i returmodus drives systemet kun gjennom gir 1, men gir 2 og gir 3 roterer også. Alle masser nedenfor girene blir ganget opp med kvadratet av giringen.

$$gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 = 20$$

Diameter hydraulikkør $d_{hydr} := 1.0 \text{ in}$

$$d_{hydr} = 25.4 \text{ mm}$$

Deplasement i pumpe $\Delta_{pumpe} = 500 \text{ cm}^3$

Sammenheng mellom hastighet på vaier og hastighet i hydraulikk

$$RPS_{vinsj} = \frac{v_{vaier}}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})}$$

$$RPS_{pumpe} = RPS_{vinsj} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 = \frac{v_{vaier}}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3$$

$$v_{hydraulikk} = \frac{RPS_{pumpe} \cdot \Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2} = \frac{v_{vaier} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot \Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})} = gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot v_{vaier}$$

Utteksling mellom hydraulikkens hastighet og hastighet på vaier dersom pumpe var koblet direkte på vinsj

$$gir_4 := \frac{\Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2} \cdot \frac{1}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})}$$

$$gir_4 = 0.75$$

$$gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 = 14.957$$

$$gir_1 \cdot gir_4 = 2.393$$

Kobling

Koblingen løper fritt når rotasjonshastigheten på koblingen overstiger en viss verdi. Vi setter denne til

$$RPM_{krit} := \frac{1450 \frac{1}{\text{min}}}{gir_2 \cdot gir_3}$$

$$RPM_{krit} = 232 \frac{1}{\text{min}}$$

Dette tilsvarer en hastighet på vaier lik

$$\frac{RPM_{krit}}{gir_1} \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier}) = 1.594 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dette tilsvarer en hastighet på hydraulikk lik

$$du_{krit} := RPM_{krit} \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})$$

$$du_{krit} = 23.847 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dette tilsvarer en strømning lik

$$1450 \frac{1}{\text{min}} \cdot \Delta_{pumpe} = 725 \frac{\text{liter}}{\text{min}}$$

$$du_{krit} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 = 725 \frac{\text{liter}}{\text{min}}$$

La oss sette at denne koblingen er enten er innkoblet, slurer, eller løper fritt. Dette gjøres ved å sette inn et dempeledd mellom nodene. "du" er hastighet i noden etter koblingen.

Momentkapasiteten i koblingen er avhengig av rotasjonshastigheten. Ved 0 rotasjonshastighet vil koblingen slure ved et trykk mellom 250 bar og 300 bar. Ved lavere trykk enn 250 bar er den innkoblet. Ved høyere trykk enn 300 bar løper koblingen fritt. Ved positiv rotasjon vil disse kapasitetene reduseres. Ved hastighet tilsvarende pumpens kritiske hastighet er kapasiteten lik 0.

$$C_{\text{sentr}} := \frac{50\% \cdot \text{MBL} \cdot \text{gir}_1 \cdot \text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3 \cdot \text{gir}_4}{du_{\text{krit}} \cdot (100\% - 10\%)}$$

$$C_{\text{kobling}} \cdot du_D = C_{\text{kobling2}} \cdot du_E$$

$$du_E = \text{gir}_{\text{total}} \cdot du_D$$

$$C_{\text{kobling}}(du, V) := \begin{cases} \text{if } du > 0 \cdot \frac{m}{s} \\ \left| \begin{array}{l} \frac{1}{1000} \cdot C_{\text{sentr}} \text{ if } p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k > 300 \cdot \text{bar} \cdot \left[1 - \left(\frac{du}{du_{\text{krit}}} \right)^2 \right] \\ 1000 \cdot C_{\text{sentr}} \text{ if } p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k < 250 \cdot \text{bar} \cdot \left[1 - \left(\frac{du}{du_{\text{krit}}} \right)^2 \right] \\ C_{\text{sentr}} \text{ otherwise} \\ 1000 \cdot C_{\text{sentr}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{cases}$$

For å inkludere effekten av giring, legges det inn usymmetriske dempere inn i dempematriksen. Dette betyr at bevegelsen til nodene etter giret får en hastighet som er giret opp i forhold til nodene før giret. Giringen er ulik avhengig av rotasjonsretning. Overgangen mellom positiv og negativ rotasjon gjøres gradvis.

$$\text{gir}_{\text{total}}(du) := \begin{cases} \text{gir}_1 \cdot \text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3 \cdot \text{gir}_4 \text{ if } du > 0.25 \cdot \frac{m}{s} \\ \text{gir}_1 \cdot \text{gir}_4 \text{ if } du < -0.25 \cdot \frac{m}{s} \\ \text{gir}_1 \cdot (\text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3) \cdot \left(\frac{du + 0.25 \cdot \frac{m}{s}}{0.5 \cdot \frac{m}{s}} \right)^{0.5} \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_{\text{kobling2}} = \frac{C_{\text{kobling}}}{\text{gir}_{\text{total}}} \quad C_{\text{kobling2}}(du, V) := \frac{C_{\text{kobling}}(du, V)}{\text{gir}_{\text{total}}(du)}$$

$$C_{\text{kobling}} \cdot du_D - C_{\text{kobling2}} \cdot du_E = (C_{\text{kobling2}} \cdot du_D - C_{\text{kobling3}} \cdot du_E) \cdot \text{gir}_{\text{total}}$$

$$\Rightarrow C_{\text{kobling3}} = \frac{C_{\text{kobling}}}{\text{gir}_{\text{total}}^2} \quad C_{\text{kobling3}}(du, V) := \frac{C_{\text{kobling}}(du, V)}{\text{gir}_{\text{total}}(du)^2}$$

Masser

$$I_{\text{gir}_1} := 0.0096 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{gir}_2} := 0.0003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{gir}_3} := 0.0003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{kobling}_f} := \frac{(200 \text{ mm})^2}{8} \cdot 10 \text{ kg}$$

$$I_{\text{kobling}_f} = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{kobling}_e} := \frac{(200 \text{ mm})^2}{8} \cdot 10 \text{ kg} + 2 \cdot 15 \text{ kg} \cdot (200 \text{ mm})^2$$

$$I_{\text{kobling}_e} = 1.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{frikans}_1} := \left(\frac{234 \text{ mm} + 212 \text{ mm}}{2 \cdot 2} \right)^2 \cdot 20.4 \text{ kg}$$

$$I_{\text{frikans}_1} = 0.254 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{frikans}_2} := \left(\frac{234 \text{ mm} + 212 \text{ mm}}{2 \cdot 2} \right)^2 \cdot 20.4 \text{ kg}$$

$$I_{\text{frikans}_2} = 0.254 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Pumpe
(Inkluderer ikke svinghjul)

$$I_{\text{pumpe}} := 0.046 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Masse før sentrifugalkobling i forhold til vaieren

$$M_{\text{gir}_f} := \frac{I_{\text{gir}_1} \cdot \text{gir}_1^2 + 0.5 \cdot I_{\text{frikans}_1} + I_{\text{kobling}_f} \cdot \text{gir}_1^2}{\left(\frac{d_{\text{vinsj}}}{2} + \frac{d_{\text{vaier}}}{2} \right)^2}$$

$$M_{\text{gir}_f} = 16.715 \text{ kg}$$

Masse etter sentrifugalkobling i forhold til hydraulikk

$$M_{\text{gir}_e} := \left[\frac{I_{\text{kobling}_e} + 0.5 \cdot I_{\text{frikans}_1}}{(\text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3)^2} + \frac{I_{\text{gir}_2}}{\text{gir}_3^2} + I_{\text{gir}_3} + I_{\text{frikans}_2} + I_{\text{pumpe}} \right] \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2}{\Delta_{\text{pumpe}}} \right)^2$$

$$M_{\text{gir}_e} = 13.591 \text{ kg}$$

6.8 Hydraulikk med akkumulator, pumpe og turbin

Masser

Hydraulikk fra reservoar til akkumulator via pumpe

$$M_{hydr_f} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot 1000 \cdot \text{mm} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad M_{hydr_f} = 0.481 \text{ kg}$$

Hydraulikk fra akkumulator til reservoar via turbin

$$M_{hydr_e} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot 1000 \cdot \text{mm} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad M_{hydr_e} = 0.481 \text{ kg}$$

Turbin

$$I_{turbin} := 0.046 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Generator

$$I_{generator} := 0.1 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Deplasement i turbin

$$\Delta_{turbin} := 22 \cdot \text{cm}^3$$

Masse av hydraulikk, turbin og generator i forhold til hydraulikk

$$M_{turbin} := M_{hydr_e} + (I_{turbin} + I_{generator}) \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2}{\Delta_{turbin}} \right)^2 \quad M_{turbin} = 3.058 \cdot \text{tonne}$$

Viskøse krefter i hydraulikk

Forhold mellom ruhet i trekte rør og diameter

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}}{d_{hydr}} = 5.9055 \times 10^{-5}$$

Typisk Reynolds tall

$$Re := \frac{1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{gir}_1 \cdot \text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3 \cdot \text{gir}_4 \cdot d_{hydr} \cdot \rho}{\nu} \quad Re = 299391$$

Friksjonsfaktor ved dette forholdet

$$f := \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad f = 0.014$$

Koeffisient for viskøst trykktap

$$\frac{f \cdot 1000 \cdot \text{mm}}{d_{hydr}} = 0.532$$

Dette betyr at alle bend, innløp og utløp vil dominere trykktapene (drag). La oss anta en tapskoeffisient på 3 på hydraulikken før akkumulator, samt en like stor koeffisient for tap i akkumulator. Etter akkumulatoren vil oljen gå gjennom en ventil (som stenger ved for lavt trykk). Vi kan derfor anta en langt høyere tapskoeffisient her. Dersom oljen strupes slik at hastigheten 3-dobles gjennom denne ventilen, vil tapskoeffisienten i ventilen være ca 9.

Trykktap

$$\Delta p := 3 \cdot \frac{\rho \cdot du \cdot |du|}{2}$$

Hydraulikk før akkumulator

$$C_{hydr_1}(du, V) := \left(\frac{f \cdot 1000 \cdot \text{mm}}{d_{hydr}} + 3 + 3 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot |du| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

Hydraulikk etter akkumulator

$$C_{hydr_2}(du) := \left(\frac{f \cdot 1000 \cdot \text{mm}}{d_{hydr}} + 3 + 9 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot |du| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \quad C_{hydr_2} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 3.016 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

Prosjekt: 30874

Volum av akkumulator	$V_T = 200 \cdot \text{liter}$
Trykk med tom akkumulator	$p_T = 45 \cdot \text{bar}$
Arbeidstrykk	$p_0 = 145 \cdot \text{bar}$
Volum ved arbeidstrykk	$V_0 = 62.069 \cdot \text{liter}$
Isentropisk gasskonstant for Nitrogen	$\kappa \equiv 1.4$

Vi antar at vi har en isentropisk kompresjon av gassen. I praksis vil man ha en isoterm kompresjon / ekspansjon fra ladetrykket til et gjennomsnittlig (faktisk) arbeidstrykk, mens kompresjonen / ekspansjonen for hver bølgeperiode vil være isentropisk. Ved å anta en isentropisk kompresjon blir resultatene avhengig av at det initielle arbeidstrykket og det faktiske arbeidstrykket er omtrent like.

Gasskonstant for isoterm prosess $\kappa := 1.4$

Ligning for sammenheng mellom trykk og deplasement i akkumulator

$$p = \frac{p_0 \cdot V_0^\kappa}{(V_0 - v)^\kappa}$$

hvor v er deplasement ut fra volum fylt av væske ved arbeidstrykk

$$V_{i+1} = V_i + \Delta u \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2$$

hvor "u" er forskjell i forskyvning av fluid før og etter akkumulator

Trykk beregnes ved

$$p = \frac{p_0 \cdot V_0^\kappa}{(V_0 - v)^\kappa}$$

Ligning for sammenheng mellom trykk og kraft

$$F = p \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2$$

Kombinerer disse to ligningene

$$F = p_0 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - v} \right)^\kappa$$

Deriverer denne ligningen

$$\frac{d}{dv} F = \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot V_0^\kappa \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2}{(V_0 - v)^{\kappa+1}}$$

Stivheten er lik stigningen på kraft - deformasjons kurven.

$$K = \frac{d}{du} F = \frac{d}{dv} F \cdot \frac{dv}{du} = \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot V_0^\kappa \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2}{(V_0 - v)^{\kappa+1}} = \frac{\kappa \cdot p_0}{V_0} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - v} \right)^{\kappa+1}$$

Når deplasementet er negativt tømmes akkumulatoren. Når den tømmes slik at den blir mer enn helt tom gir akkumulatoren ingen fleksibilitet.

Avviket mellom kraft og kraft pga denne fjærstivheten modelleres som motsatt rettede krefter på de to nodene i tillegg til fjærstivhet.

$$K_{\text{akk}}(v) := \begin{cases} \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2}{V_0} \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - v} \right)^{\kappa+1} & \text{if } -v < V_T - V_0 \\ 0 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$F_{\text{akk}}(\Delta u, v) := \begin{cases} p_0 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - v|} \right)^\kappa - K_{\text{akk}}(v) \cdot \Delta u & \text{if } -v < V_T - V_0 \\ 0 \cdot \text{N} & \text{otherwise} \end{cases}$$

?u er forskjell i forskyvning mellom de to nodene

Dersom akkumulator tømmes helt, kobles frihetsgradene foran og etter akkumulator sammen ved hjelp av en kraftig demping.

$$C_{akk}(V) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N \cdot s}{m} & \text{if } -V < V_T - V_0 \\ 1000 \cdot C_{sentr} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Akkumulatorens volum er ganske stort i forhold til den slaglengden den vil ha. Dette betyr at akkumulatoren er ganske lineær i sitt virkeområde.

Slaglengde tilsvarende akkumulatorenes volum

$$\frac{V_T}{\left(gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)} = 26.389 \text{ m} \qquad \frac{V_T}{\left(gir_1 \cdot gir_4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)} = 164.934 \text{ m}$$

Demping - uttak av energi

Turbinens design-effekt (uttak ved 25% av kritisk hastighet)

$$Q_{krit} = 9.5 \cdot \frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{liter}}{\text{s}} \right)^2}$$

Koeffisient for trykkfall over turbin

$$C_p := Q_{krit}$$

$$C_p = 9.5 \cdot \frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{liter}}{\text{s}} \right)^2}$$

$$C_p = 9.5 \times 10^4 \frac{\text{s}}{\text{m}^3} \cdot \text{bar}$$

Effekt ut på generator

$$Q = C_p \cdot \left(du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2$$

Tilsvarende kraft på vinsj

$$F = \frac{Q}{du} = C_p \cdot du \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2$$

Dempeleddet er dermed gitt som:

$$C_{turbin} := C_p \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2$$

$$C_{turbin} = 2.439 \times 10^3 \cdot \frac{N}{\frac{m}{s}}$$

Tap i turbin

Antar 10 % tap i turbin og generator

Dersom trykket blir lavere enn en viss grense lukkes en ventil. Dette modelleres ved å øke demping i turbin.

$$P_{krit} = 60 \cdot \text{bar}$$

Dempeleddet er dermed gitt som:

$$C_{turbin_tap}(V) := \begin{cases} \frac{C_{turbin} \cdot 10\%}{100\% - 10\%} & \text{if } P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^k > P_{krit} \\ 10^3 \cdot C_{turbin} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_{turbin_tap}(0\text{-liter}) = 271.016 \cdot \frac{N}{\frac{m}{s}}$$

Tap i pumpe

Pumpen har en typisk mekanisk virkningsgrad på rundt 95 %. Dette betyr at 5% av den overførte effekten tapes

Overført effekt

$$\text{Trykk} \cdot \text{Flow} = P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k \cdot du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

Effekttap

$$5\% \cdot \left[P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k \cdot du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right]$$

Kraft

$$\text{Kraft} = \frac{\text{Effekttap}}{du} = 5\% \cdot P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

$$F_{pumpe}(V) := 5\% \cdot P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^k \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

$$F_{pumpe}(0\text{-liter}) = 367.363 \cdot N$$

6.9 Flytelegemets horisontale bevegelse

Bølgekreftene består av 3 ledd [R2]:

- Diffraksjonskrefter på grunn av vannpartiklenes hastighet
- Diffraksjonskrefter på grunn av vannpartiklenes akselerasjon
- Froude-Krylov krefter, som i horisontal retning reduseres til krefter på grunn av fortrent masse akselerasjon

I tillegg har vi følgende krefter på flytelegemet:

- Strålingskrefter på grunn av flytelegemets hastighet
- Strålingskrefter på grunn av flytelegemets akselerasjon
- Massekrefter på grunn av flytelegemets vekt og akselerasjon
- Horisontal kraftkomponent i vaier på grunn av avdrift.

Det siste punktet utgjør kobling fra vertikal frihetsgrad til horisontal frihetsgrad. Kobling motsatt vei er effekten av at flytelegemets dypgang øker ved økt avdrift ved samme lengde av vaier ned til bunnfeste.

Beregning av disse kreftene er gitt på de neste sidene.

Diameter på flytelegeme	$D = 5 \text{ m}$
Høyde på flytelegeme	$H = 1.5 \text{ m}$
Nominell masse av flytelegeme (estimert stål)	$M_{\text{flytelegeme}} = 4.9 \text{ tonne}$

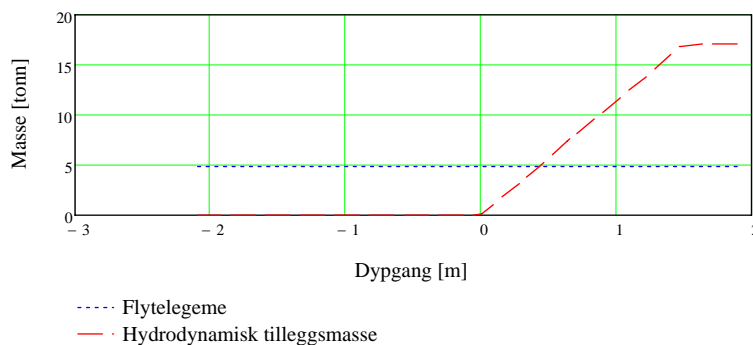
Hydrodynamisk tilleggs masse på flytelegeme

Ulike verdier for hydrodynamisk tilleggs masse i horisontal retning:

Neddykket sylinder, uendelig lang	$\text{Deplasement} \cdot \rho$	
Neddykket kvadrat, uendelig langt:	$1.51 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \text{Deplasement} \cdot \rho$	$1.51 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.186$
Flytende rektangulært skrog, uendelig langt:	$0.67 \cdot \text{Deplasement} \cdot \rho$	(Bai 1977, Flagg and Neumann 1971)

Basert på disse tallene setter vi at hydrodynamisk tilleggs masse er lik

$$M_{hx}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \text{ tonne} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \text{ m} \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot A \cdot (\zeta - u) \cdot \rho & \text{if } 0 \text{ m} \leq \zeta - u < H \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot A \cdot H \cdot \rho & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases} \quad M_h(0 \text{ m}, 0 \text{ m}) = 18.147 \text{ tonne}$$



Viskøs demping (drag) på flytelegeme

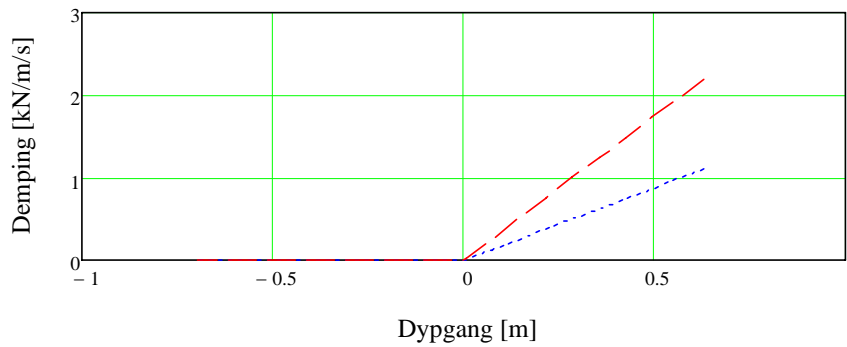
Neddykket, lang sylinder: $\frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot H \cdot du^2$ (NS3479)

Flytende sylinder: Antar at dragkreftene reduseres på samme måte som for hydrodynamisk tilleggsmasse

Dette gir en ikke-lineær dempekoeffisient

Basert på disse tallene setter vi at demping pga drag er lik

$$C_{dx}(u, \zeta, du, d\zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N}{m \cdot s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot \frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot (\zeta - u) \cdot |du - d\zeta| & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot \frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot H \cdot |du - d\zeta| & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$



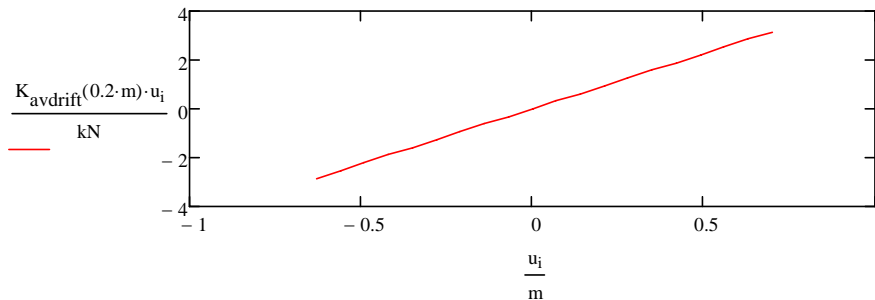
--- Drag ved 1 m/s
— Drag ved 2 m/s

Avdrift - stivhet

Stivhet på grunn av at strekket i vaieren har en horisontal komponent

$$K_{avdrift}(\Delta u) := \frac{\left(K_{vaier1}^{-1} + K_{demper}^{-1} \right)^{-1} \cdot \Delta u}{h}$$

$$K_{avdrift}(0.2 \cdot m) = 4.512 \frac{kN}{m}$$



Froude Krylov

Trykk integrert rundt
flytelegemet
hvor ζ er overflateheving
 $\zeta_z(x, 0-m, t)$

$$M_{FKx}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot kg & \text{if } (\zeta - u) < 0-m \\ \rho \cdot A \cdot (\zeta - u) & \text{if } 0-m \leq \zeta - u < H \\ \rho \cdot A \cdot H & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

$$F_{FKx}(u, \zeta, a_x) := M_{FKx}(u, \zeta) \cdot a_x$$

Dragkrefter

Dragkrefter
hvor ζ er overflateheving
 $\zeta_z(x, 0-m, t)$

$$F_{dragx}(u, \zeta, du, d\zeta) := C_{dx}(u, \zeta, du, d\zeta) \cdot d\zeta$$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet
 $v_x(x, -u_A, t)$

Trehetskrefter

Trehetskrefter
hvor ζ er overflateheving
 $\zeta_z(x, 0-m, t)$

$$F_{amx}(u, \zeta, dd\zeta) := M_{hx}(u, \zeta) \cdot dd\zeta$$

hvor $dd\zeta$ er partikkelakselerasjonen under flytelegemet
 $a_x(x, -u_A, t)$

Avdriften vil også medføre at flytelegemet blir litt mer neddykket. Økt dypgang er gitt av formelen

$$\Delta B(x) := \sqrt{x^2 + h^2} - h$$

Denne økte oppdriften legges inn som et tillegg i bølgehøyde i matrisene.

6.10 Oppbygging av matriser

Ut fra alle koeffisienter gitt ovenfor bygges matrisene opp. Den ikke-lineære modellen løses ved numerisk integrasjon, og settes opp på samme formen:

$$M \cdot a + C \cdot v + K \cdot u = F$$

hvor

"M · a" er systemets treghetskrefter

"a" er frihetsgradenes akselerasjon

"M" er varierende massematrise

"C · v" er systemets dempende krefter, det vil si krefter som tar ut energi av systemet

"v" er frihetsgradenes hastighet

"C" er varierende dempemmatrise

"K · u" er systemets opprettende (stivhets) krefter

"u" er frihetsgradenes posisjoner. For frihetsgrad A er dette flytelegemets bunn i forhold til middel havoverflate (positiv oppover)

"K" er varierende stivhetsmatrise

Massene i systemet legges på matrisens diagonal. "u" er flytelegemets posisjon oppover. ζ er bølgenes overflate, og er også positiv oppover. "du" er positiv når pumpen fungerer som pumpe.

$$M(u_A, du_E, du_F, x, t) := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\text{flytelegeme}} + M_{\text{h}}(u_A, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x)) + 0.5M_{\text{vaier}_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5M_{\text{vaier}_1} + 0.5M_{\text{vaier}_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5M_{\text{vaier}_2} + M_{\text{vinsj}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\text{gir}_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\text{gir}_e} + M_{\text{hydr}_f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\text{turbin}} + M_{\text{hydr}_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\text{flytelegeme}} + M_{\text{FK}}(u_A, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x)) + M_{\text{h}}(u_A, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x)) + 0.5M_{\text{vaier}_1} \end{pmatrix}$$

$$M \left(-2 \cdot m, 1 \cdot \frac{m}{s}, 1 \cdot \frac{m}{s}, 0 \cdot m, 0 \cdot \text{sec} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 47879 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 186 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 268 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3059 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 52436 \end{pmatrix} \text{ kg}$$

Dempe matrisen

Dempeleddene i systemet legges inn i matrisen på de aktuelle frihetsgradene. "u" er flytelegemets posisjon oppover. ζ er bølgenes overflate, og er også positiv oppover. "du" er positiv når pumpen fungerer som pumpe.

Inkluderer grensebetingelser ved å nulle ut første rekke og kolonne

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}(u_A, du_A, du_B, du_C, du_E, du_F, du_G, V, x, t) &= \begin{pmatrix} 1 \cdot \frac{N}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_d(u_A, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x), du_A, v_x(x, -u_A, t)) + C_l(u_A, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x)) + 0.5 C_{vaier_1}(du_A) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 C_{vaier_1}(du_B) + C_{vaier_2}(du_B) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{gk} & -C_{gk} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_{gk} & C_{gk} + C_{kobling}(du_E, V) & -C_{kobling2}(du_E, V) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{kobling2}(du_E, V) & C_{kobling3}(du_E, V) + C_{hyd_1}(du_E, V) + C_{akk}(V) & -C_{akk}(V) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{akk}(V) & C_{akk}(V) + C_{hyd_2}(du_F) + C_{turbin} + C_{turbin_tap}(V) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_d(x, \zeta(x, 0, m, t) + \Delta B(x), du_G, v_x(x, 0, m, t)) \end{pmatrix} \\
 C \begin{pmatrix} -1 \cdot m, 1 \cdot \frac{m}{s}, 1 \cdot \frac{m}{s}, 1 \cdot \frac{m}{s}, 1 \cdot \frac{m}{s}, 1 \cdot \frac{m}{s}, 0.1 \cdot \frac{m}{s}, 0 \cdot \text{liter}, 0 \cdot m, 0 \cdot \text{sec} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.062 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 35.552 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.874 \times 10^3 & -4.874 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.874 \times 10^3 & 1.204 \times 10^8 & -8.051 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8.051 \times 10^6 & 5.383 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.713 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.496 \times 10^3 \end{pmatrix} \frac{N}{m}
 \end{aligned}$$

Stivhets matrisen

Stivhetsleddene i systemet legges inn i matrisen på de aktuelle frihetsgradene. "u" er flytelegemets posisjon oppover. ? er bølgene overflate, og er også positiv oppover. "du" er positiv når pumpen fungerer som pumpe.

Inkluderer grensebetingelser ved å nulle ut første rekke og kolonne

$$\mathbb{K}(u_A, u_B, u_C, V, x, t) := \begin{bmatrix} 1 \cdot \frac{N}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{oppdrift}(u_A, \zeta_z(x, 0-m, t) + \Delta B(x)) + (K_{vaier_1}^{-1} + K_{demper}^{-1})^{-1} & -(K_{vaier_1}^{-1} + K_{demper}^{-1})^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(K_{vaier_1}^{-1} + K_{demper}^{-1})^{-1} & (K_{vaier_1}^{-1} + K_{demper}^{-1})^{-1} + K_{kj}(u_B - u_C) & -K_{kj}(u_B - u_C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{kj}(u_B - u_C) & K_{kj}(u_B - u_C) + K_{gk} & -K_{gk} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{gk} & K_{gk} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{akk}(V) & -K_{akk}(V) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{akk}(V) & K_{akk}(V) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{avdrift}(u_A - u_B) \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{K}(-1-m, -1.1-m, 0-m, 1-liter, 0-m, 0-sec) = \begin{pmatrix} 1 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 676.835 & -676.835 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -676.835 & 679.318 & -2.483 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.483 & 1.085 \times 10^3 & -1.083 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.083 \times 10^3 & 1.083 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.087 & -0.087 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.087 & 0.087 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.256 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Last matrisen

Dempeleddene i systemet legges inn i matrisen på de aktuelle frihetsgradene. "u" er flytelegemets posisjon oppover. ? er bølgenes overflate, og er også positiv oppover. "du" er positiv når pumpen fungerer som pumpe.

$$\mathbb{M}(u_A, u_B, u_C, u_E, u_F, du_A, du_G, V, x, t) := \begin{pmatrix} 0 \\ F_{statisisk} + F_{oppdrift}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x)) + F_{FK}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), x, t) + F_{drag}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), du_A, v_Z(x, -u_A, t)) + F_h(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), v_Z(x, -u_A, t)) + F_{am}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), a_Z(x, -u_A, t)) \\ -F_{kj}(u_B - u_C) \\ F_{kj}(u_B - u_C) \\ 0 \\ -F_{akk}(u_E - u_F, V) - F_{pumpe}(V) \\ F_{akk}(u_E - u_F, V) \\ F_{FKx}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), a_x(x, 0-m, t)) + F_{dragx}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), du_G, v_x(x, 0-m, t)) + F_{amx}(u_A, \zeta_Z(x, 0-m, t) + \Delta B(x), a_x(x, 0-m, t)) \end{pmatrix}$$

$$F\left(-1-m, -1-m, 0-m, 1-m, 1-m, 1 \cdot \frac{m}{s}, 0.1 \cdot \frac{m}{s}, 1\text{-liter}, 0-m, 0\text{-sec}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 161.524 \\ -11.599 \\ 11.599 \\ 0 \\ -7.892 \\ 7.516 \\ -4.319 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

6.11 Numerisk integrasjon av ikke-lineær modell

Numerisk integrasjon innebærer at man finner respons ved tid "t+Δt" ut fra respons ved tid "t". "Δt" er et kort tidsskritt på 2.5 ms. På denne måten kan de ikke-lineære matrisene endre verdi for hvert tidsskritt.

Vi bruker en Newmark-β metode der vi bruker konstant gjennomsnittsakselerasjon [R4]. Dette er en ubetinget stabil metode dersom systemet var lineært.

På de neste sidene vises programmeringen for løsning av den ikke-lineære modellen. Vi lar bølgen svinge typisk 10 til 30 svingninger for å stabilisere løsningen, og bruker typisk de siste 4 svingningene for å beregne effekt.

Initiell forskyvningsvektor

$$t_0 := \frac{0 \cdot \pi}{2 \cdot \omega}$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ u_A \\ u_B \\ u_C \\ u_D \\ u_E \\ u_F \\ u_G \end{pmatrix} \quad u_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ -B + \zeta_A(0-m, 0-m, t_0) \\ -B + \zeta_A(0-m, 0-m, t_0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \zeta_x(0-m, 0-m, t_0) \end{pmatrix} \quad u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.933 \\ 0.933 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} \quad du_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ v_A(x, 0-m, t_0) \\ v_A(x, 0-m, t_0) \\ v_A(x, 0-m, t_0) \\ v_A(x, 0-m, t_0) \\ v_A(x, 0-m, t_0) \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \\ v_A(x, 0-m, t_0) \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot 0.27 \\ v_A(x, 0-m, t_0) \end{pmatrix} \quad du_1 = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ -1.24 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ddu_1 := 0 u_1 \omega^2 \quad V_A := 0 \text{-liter}$$

Numerisk løsning

$$\Delta t := 0.0025 \text{ sec}$$

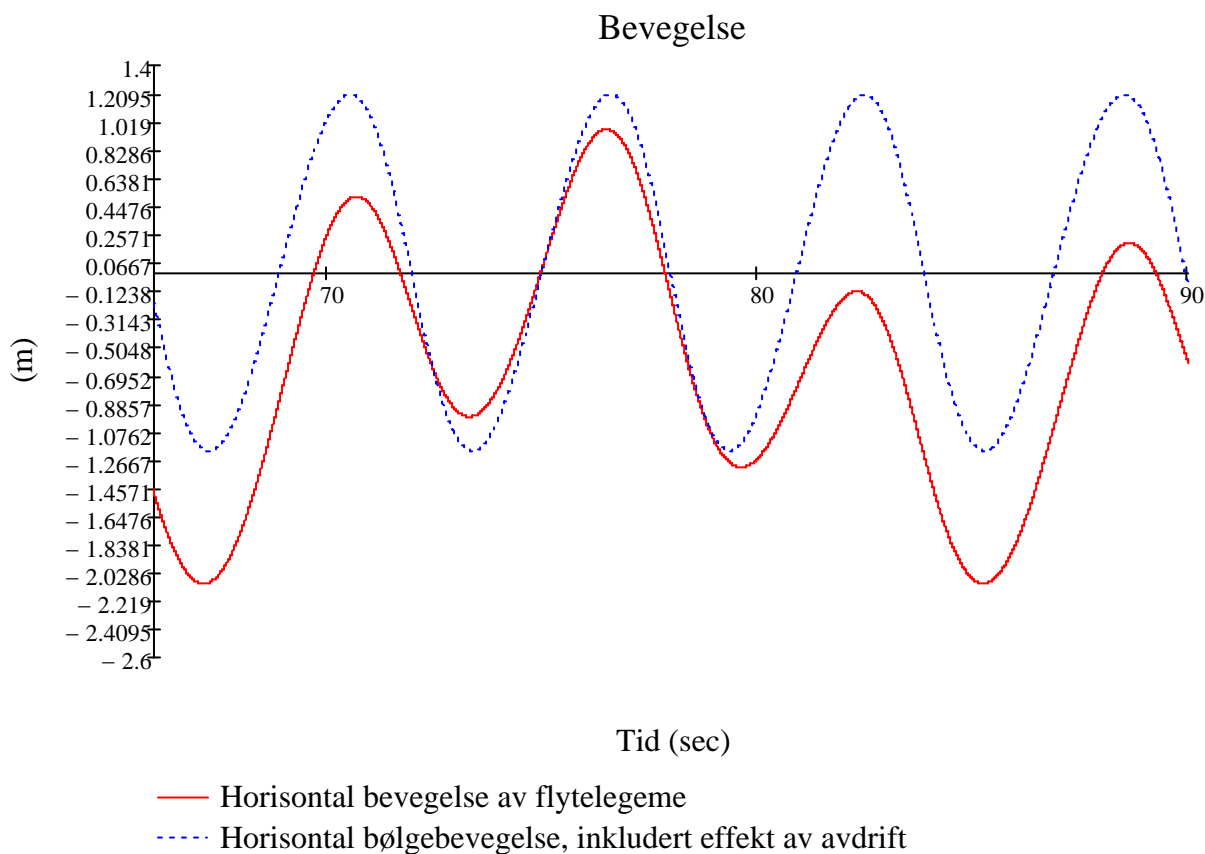
$$I := \text{Perioder} \cdot \text{round}\left(\frac{T}{\Delta t}\right) = 4.8 \times 10^4$$

$$U_{\text{num}} := \begin{array}{l} \gamma \leftarrow \frac{1}{2} \\ \beta \leftarrow \frac{1}{4} \\ t \leftarrow t_0 \\ \text{for } i \in 1..I \\ \quad x \leftarrow (u_i)_8 \\ \quad Mm \leftarrow M\left[(u_i)_2, (du_i)_6, (du_i)_7, x, t\right] \\ \quad Cm \leftarrow C\left[(u_i)_2, (du_i)_2, (du_i)_3, (du_i)_4, (du_i)_6, (du_i)_7, (du_i)_8, V_i, x, t\right] \\ \quad Km \leftarrow K\left[(u_i)_2, (u_i)_3, (u_i)_4, V_i, x, t\right] \\ \quad Fm \leftarrow F\left[(u_i)_2, (u_i)_3, (u_i)_4, (u_i)_6, (u_i)_7, (du_i)_2, (du_i)_8, V_i, x, t\right] \\ \quad K_{\text{eff}} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot Mm + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Cm + Km \\ \quad F_{\text{eff}} \leftarrow Fm + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot Mm + \Delta t \cdot \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) \cdot Cm\right] \cdot ddu_i + \left[\frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Mm + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \cdot Cm\right] \cdot du_i + \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot Mm + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Cm\right) \cdot u_i \\ \quad u_{i+1} \leftarrow K_{\text{eff}}^{-1} \cdot F_{\text{eff}} \\ \quad ddu_{i+1} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot u_{i+1} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot ddu_i - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot du_i - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot u_i \\ \quad du_{i+1} \leftarrow du_i + (1 - \gamma) \cdot \Delta t \cdot ddu_i + \gamma \cdot \Delta t \cdot ddu_{i+1} \\ \quad V_{i+1} \leftarrow V_i + \left[(u_{i+1})_6 - (u_{i+1})_7 - \left[(u_i)_6 - (u_i)_7\right]\right] \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2\right) \\ t \leftarrow t + \Delta t \\ U^{(1)} \leftarrow \frac{u}{m} \\ U^{(2)} \leftarrow \frac{du \cdot \text{sec}}{m} \\ U^{(3)} \leftarrow \frac{ddu \cdot \text{sec}^2}{m} \\ U^{(4)} \leftarrow \frac{V}{\text{liter}} \\ U \end{array}$$

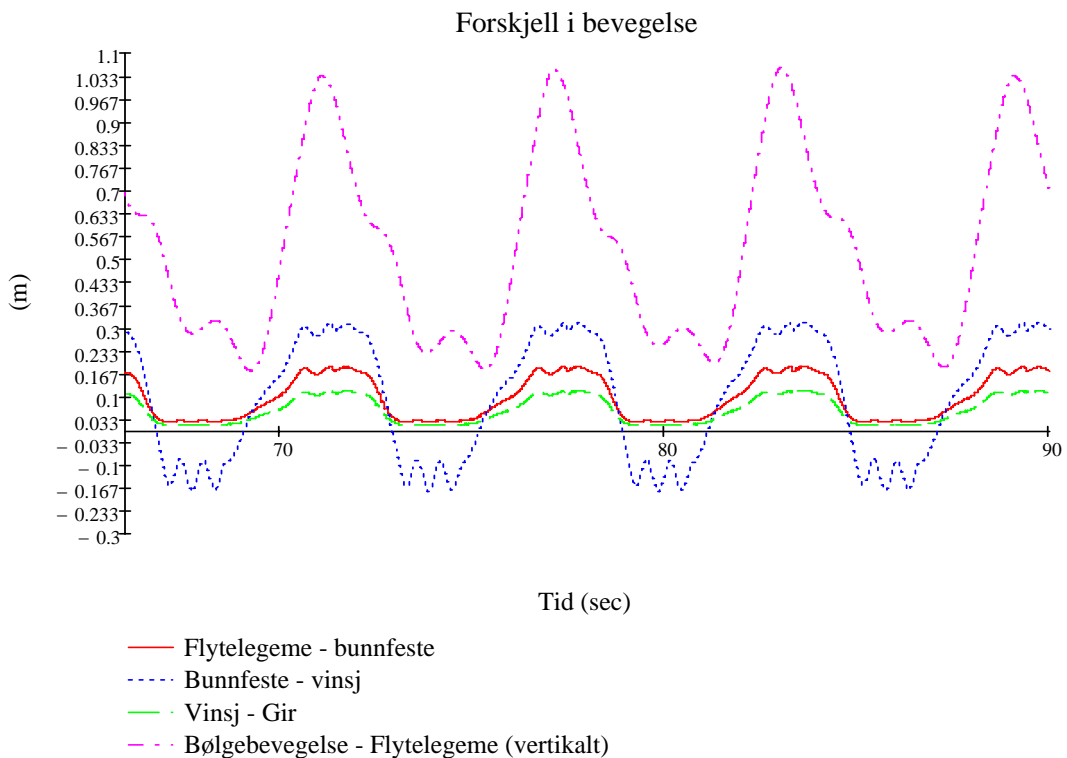
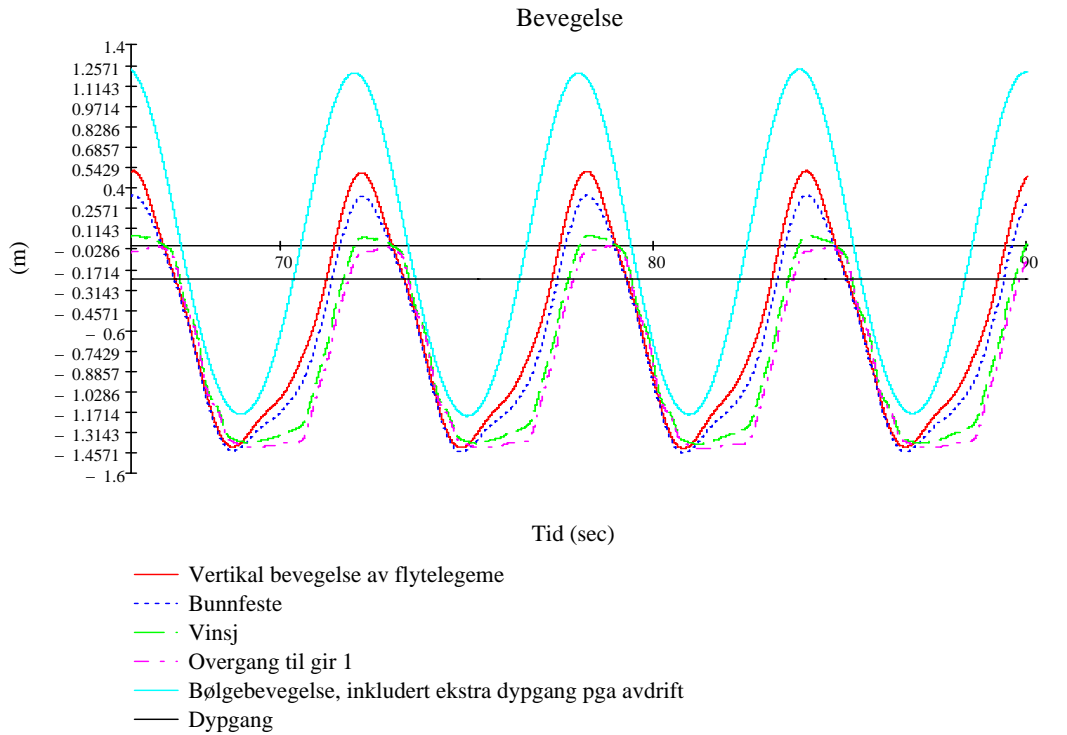
6.12 Eksempler på resultater

Grafene nedenfor viser resultater for beregningene gitt ovenfor, det vil si en bølgeamplitude på 1.2 m og bølgeperiode 6 sekunder.

Grafen nedenfor viser flytelegemets og bølgenes horisontale bevegelse. Figuren for bølgebevegelsen inkluderer effekten av at bølgebevegelsen er avhengig av flytelegemets horisontale posisjon (gir tilsynelatende varierende periode). Vi ser at flytelegemets bevegelse repeteres for annenhver bølge. Dette er på grunn av høy egenperiode i horisontal retning. Ved 0 avdrift er det ingen opprettende krefter, altså uendelig lang egenperiode.

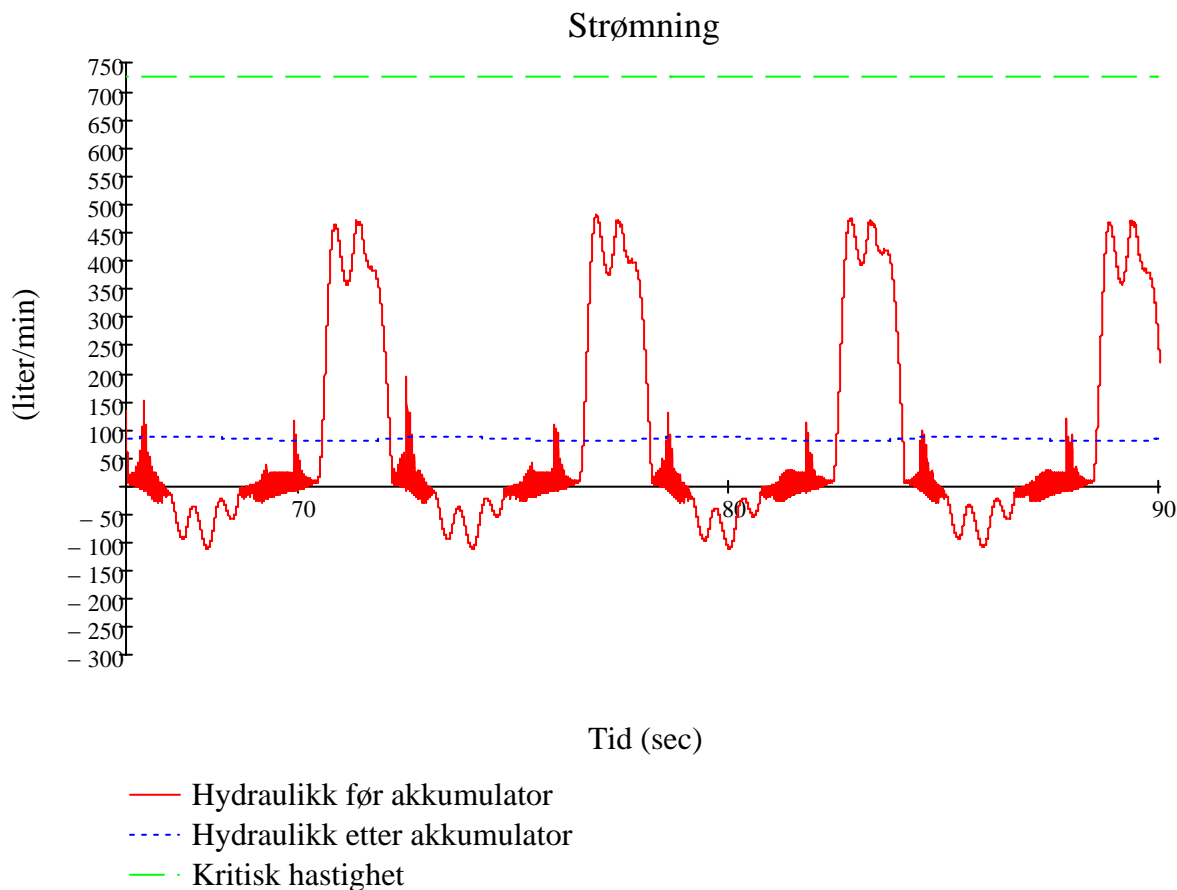


Figurene nedenfor viser vertikale bevegelser på flytelegeme og bølger, samt bevegelse for vaier ved bunnfeste og ved vinsj. Grafen for bølgebevegelsen inkluderer både effekten av at bølgebevegelsen er avhengig av flytelegemets horisontale posisjon (gir tilsynelatende varierende periode), og også effekten av at flytelegemets dypgang er avhengig av horisontal bevegelse (gir varierende amplitude).

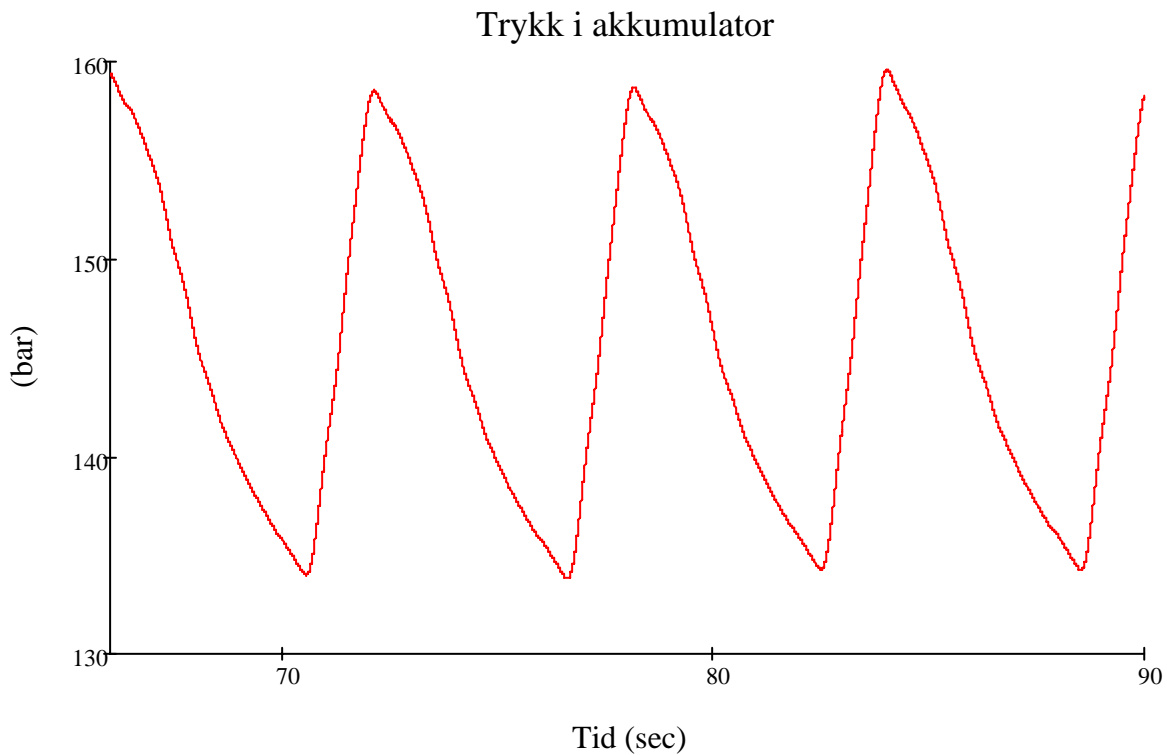


Figuren nedenfor viser strømning i hydraulikksystemet. Kritisk strømning er gitt for en pumpe med 1450 rpm og 500 cm³ deplasement. Vi ser at sentrifugalkoblingen slurer ved lavere turtall. Dette er fordi momentkapasiteten overskrides.

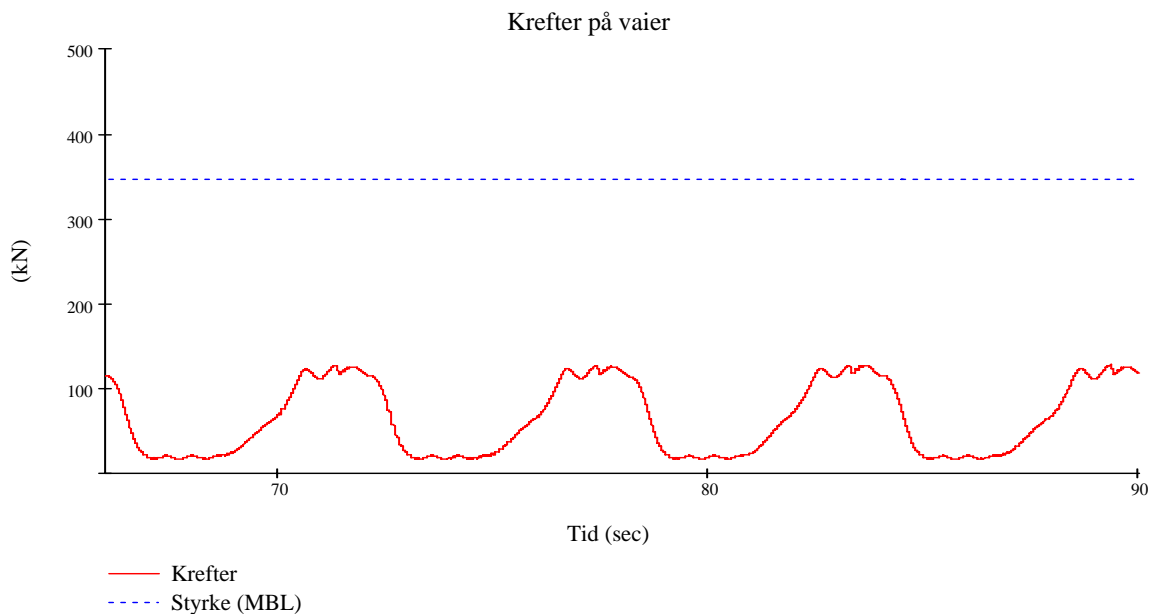
Legg merke til at pumpen virker vekselvis som pumpe og motor, men at den står stille i en tid når den veksler retning. Dette er på grunn av at utvekslingen i girene endres når rotasjonen endrer retning.



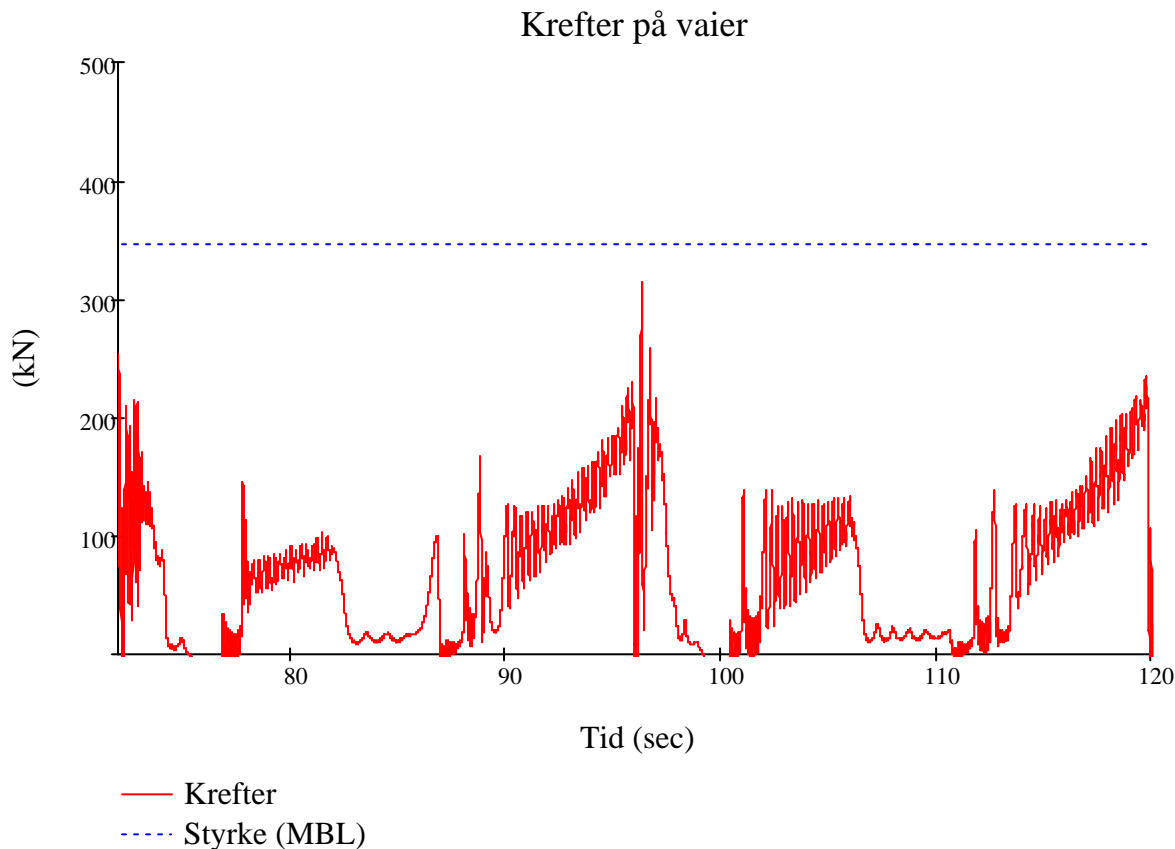
Figuren nedenfor viser trykk i akkumulator. Vi ser at for dette tilfellet varierer trykket mellom 134 og 160 bar, med en middelvei på 146 bar.



Figuren nedenfor viser strekk i vaier.



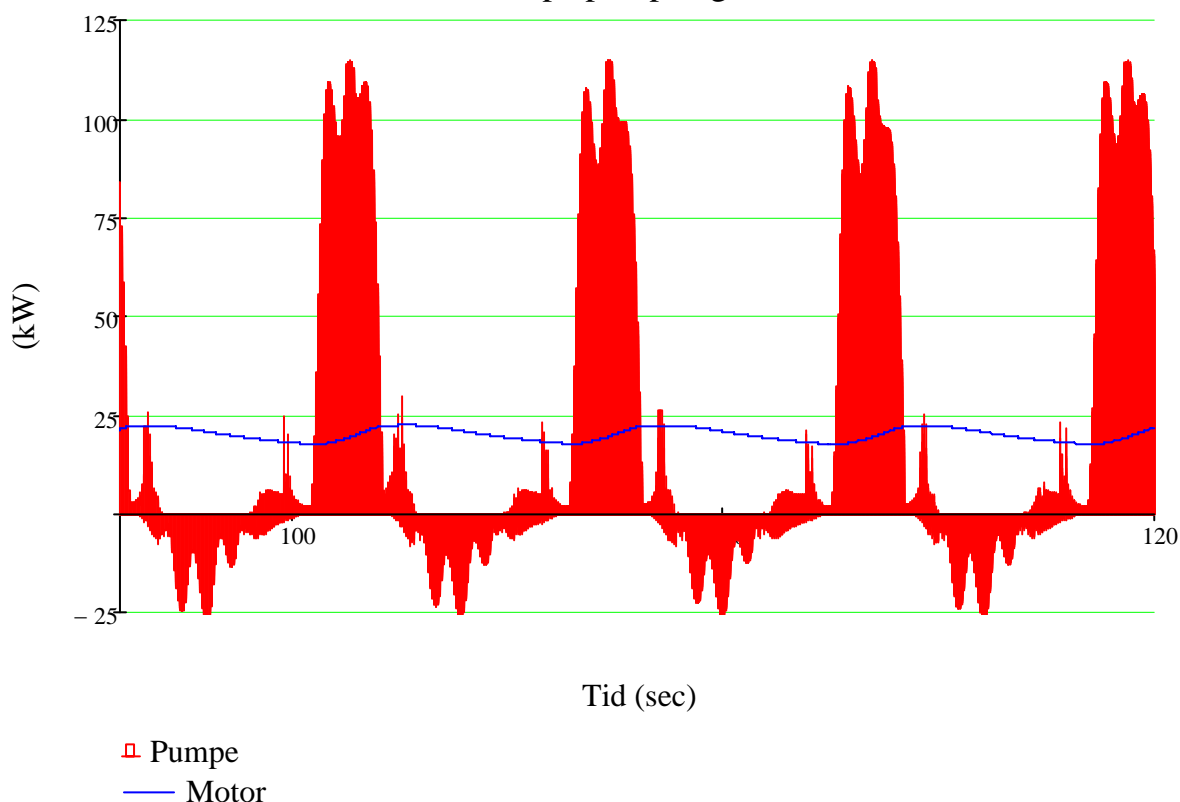
Figuren nedenfor viser strekk i vaier for en bølgeamplitude på 12.5 m og bølgeperiode på 12 sekunder. Generator motstand er satt til $23.6 \text{ kW}/(\text{liter/s})^2$ og middeltrykk i akkumulator er 126 bar. Ved å redusere generatorens motstand kan man redusere kreftene på vaieren ytterligere.



Figuren nedenfor viser effekt på pumpe, det vil si strømning i pumpe multiplisert med trykk i akkumulator. Vi ser at effekten er negativ når pumpen trekker vaieren inn igjen.

Figuren viser også effekt på motor, det vil si strømning i motor multiplisert med trykk i akkumulator. På grunn av akkumulatoren og rotasjonstreggheten i generator og motor, er effekten på motor kraftig utjevnet i forhold til effekt på pumpe. Effekt ut på generator er litt mindre på grunn av motorens virkningsgrad, i dette tilfellet 18 kW.

Effekt på pumpe og motor



6.13 Tapsledd analyse

Følgende effektbalanse er beregnet fra effektuttak i alle dempeelementer i dempematrisen, det vil si dempekraft multiplisert med hastighetsforskjell mellom de to nodene som dempeelementet er koblet til. For flytelegemet er påført kraft beregnet som summen av alle bølgekrefter fratrukket masse-, dempe- og stivhetskrefter. Den påførte kraften multipliseres med flytelegemets vertikale hastighet.

I de fleste analyser er effektbalansen midlet over de fire siste bølgeperiodene. Grunnen til at man ikke har fullkommen balanse er at betingelsene ved start og slutt av denne tiden ikke er helt identiske. Analysen nedenfor gjelder for en bølgeamplitude på 1.2 m og bølgeperiode på 6 sekunder.

Kilde	Effekt	Kommentar
Effekt tilført flytelegeme	23.1 kW	Effekt i 5 m bølgefront er 170 kW
Viskøse tap på vaier	0.02 kW	
Demping i kobling før gir	0.06 kW	Får mye slag ved endring av girutveksling
Tap i sentrifugalkobling	1.19 kW	Sluring gir tap.
Tap i pumpe	0.99 kW	Forutsatt 95 % mekanisk virkningsgrad
Tap i hydraulikkør og akkumulator	0.92 kW	
Tap i turbin og generator	2.00 kW	Forutsatt 90 % virkningsgrad
Tap i ventil som skal hindre akkumulator fra å tømmes	0 kW	Tar mye effekt når trykket i akkumulatoren kommer under 90 bar.
Uttak av energi på generator	18.0 kW	Forutsatt å ta ut $9.5 \text{ kW}/(\text{liter/s})^2$.
Ubalanse	0.10 kW	En lav ubalanse er en indikasjon på at løsningen er stabil.

Tabell 2 Effekt balanse

I 5 m bølgefront er det 170 kW effekt for denne bølgen. Dette gir en total virkningsgrad lik $18.0 \text{ kW} / 170 \text{ kW} = 11\%$.

Den mekaniske virkningsgraden er definert som forholdet mellom effektuttak og effekt tilført flytelegeme. I dette tilfellet er altså den mekaniske virkningsgraden lik $18.0 \text{ kW} / 23.1 \text{ kW} = 78\%$.

6.14 Optimalisering mot en gitt bølge

Følgende forutsetninger er størrelser som er optimalisert ut fra en designbølge med amplitude 1.2 m og bølgeperiode 6 sekunder. Denne designbølgen har samme energi som en sjøtilstand med signifikant bølgehøyde H_s lik 3 m og nullkrysningsperiode på 6 sekunder.

- Girutveksling ved positiv rotasjon 20.0
- Girutveksling ved negativ rotasjon 3.2
(forhold mellom positiv og negativ rotasjon er 6.25)
- Deplasement i pumpe 500 cm³
- Akkumulator volum 200 liter
- Motstand i turbin 9.5 kW/(liter/s)²

Resultatene ovenfor er gitt for disse betingelsene. Tabellen på neste side viser hvordan optimaliseringen er gjort. Utgangspunktet var:

- Girutveksling ved positiv rotasjon 32
- Girutveksling ved negativ rotasjon 6.61
(forhold mellom positiv og negativ rotasjon er 4.84)
- Deplasement i pumpe 500 cm³
- Akkumulator volum 456 liter
- Motstand i turbin 6.6 kW/(liter/s)²

For hver endring er motstand i turbin optimalisert ved å endre denne motstanden med 20% inntil man finner en effekt-”topp”.

Forhold mellom gir-utveksling ved negativ og positiv rotasjon	Girut-veksling ved negativ rotasjon	Deplase-ment i pumpe [cm ³]	Akk. volum [liter]	Motstand i generator [kW/(liter/s) ²]	Effekt uttak [kW]	Kommentar
4.84	32	500	456	6.6	15.7	Utgangspunkt
4.84	32	500	456	7.9	15.6	
4.84	32	500	456	5.9	15.4	
Endrer akkumulator volum						
4.84	32	500	200	6.6	15.5	Nesten like bra som utgangspunktet.
4.84	32	500	200	7.9	15.3	
4.84	32	500	200	5.9	15.2	
Senker deplasement i pumpe						
4.84	40	400	200	6.6	10.7	
4.84	40	400	200	7.9	11.1	Dårligere enn utgangspunktet
4.84	40	400	200	9.5	10.6	
Endrer gir 1 i tillegg til deplasement i pumpe						
4.84	32	400	200	6.6	11.4	
4.84	32	400	200	7.9	12	
4.84	32	400	200	9.5	12.1	Dårligere enn utgangspunktet
Øker deplasement i pumpe						
4.84	32	700	200	6.6	13.7	Dårligere enn utgangspunktet
4.84	32	700	200	7.9	12.6	
Senker total girutveksling. Deplasement i pumpe tilbake til utgangspunktet.						
4.84	26.7	500	200	7.9	16.6	Best hittil
4.84	26.7	500	200	6.6	16.3	
4.84	26.7	500	200	9.5	16.1	
Øker forhold mellom gir.						
6.25	26.7	500	200	7.9	16.5	
6.25	26.7	500	200	6.6	17.0	Best hittil
6.25	26.7	500	200	5.3	16.5	
Senker total girutveksling.						
6.25	20	500	200	6.6	15.8	
6.25	20	500	200	5.3	12.2	
6.25	20	500	200	7.9	16.8	
6.25	20	500	200	9.5	18.0	Best hittil
6.25	20	500	200	11.4	17.6	
Halverer akkumulator volum						
6.25	20	500	100	9.5	16.4	
6.25	20	500	100	7.9	15.4	
6.25	20	500	100	11.4	16.9	Dårligere enn beste hittil
6.25	20	500	100	13.7	16.7	
Senker forhold mellom gir.						
5	20	500	200	9.5	17.9	Dårligere enn beste hittil
5	20	500	200	7.9	17	
5	20	500	200	11.4	17.8	
4.8	26.7	242		7	27.6	
Øker total girutveksling, og senker deplasement i pumpe tilsvarende.						
6.25	25	400	200	9.5	14	
6.25	25	400	200	11.4	14.4	Dårligere enn utgangspunktet
6.25	25	400	200	13.7	14.3	
Senker forhold mellom gir.						
5.5	20	500	200	9.5	17.7	
5.5	20	500	200	11.4	17.8	Dårligere enn beste hittil
5.5	20	500	200	13.7	17.2	
Beste punkt funnet:						
6.25	20	500	200	9.5	18.0	

Tabell 3 Optimalisering av system

6.15 Resultater fra numerisk integrasjon

I forrige kapitler er det vist resultater for en bølge med amplitude 1.2 m og bølgeperiode 6 sekunder. Tabellene nedenfor viser resultater for andre amplituder og bølgeperioder. Resultatene for de laveste bølgeperiodene for bølgeamplituder over 1.5 m er litt usikre fordi løsningen blir noe ustabil (har dårlig effektbalanse) ved krappe bølger. Når bølgelengden blir mindre enn 7 ganger bølgehøyden vil en bølge bryte, slik at krappere bølger enn dette sjelden eksisterer. Dette er indikert i tabellene.

For hver bølgetilstand er generatorens motstand optimalisert. Det tas utgangspunkt i 9.5 kW/(liter/s)². Denne verdien blir variert inntil den høyeste effekten tas ut. Stegene er slik at motstanden økes eller reduseres med en faktor på 120% eller 80 %. Dersom motstanden i turbinen er for høy vil trykket i akkumulatoren øke slik at sentrifugalkoblingen slurer i større andel av bølgeperioden.

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	2.0	3.3	5.2	4.8	4.2	3.5	2.9	1.9	
0.9 m	9.7	9.8	10.4	9.4	8.3	6.4	5.3	3.2	
1.2 m	17.5	19.1	18.0	16.1	14.0	10.7	9.1	5.3	
1.5 m	20.7	23.4	21.3	18.8	16.1	14.1	12.0	8.6	5.4
1.9 m	Bryter	27.4	24.1	21.7	19.2	17.9	13.9	12.0	7.9
3.0 m	Bryter	Bryter	27.8	26.5	26.2	24.8	20.1	17.1	13.3
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		21.0	25.6	22.4	20.5	17.5
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 4 Uttak av effekt på generator [kW]

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	2.2	3.9	6.2	5.6	5.0	4.2	3.5	2.2	
0.9 m	11.5	11.7	12.5	11.2	9.9	7.7	6.4	3.8	
1.2 m	22.4	24.7	23.1	20.7	17.8	12.9	13.6	6.4	
1.5 m	34.9	39.9	33.0	27.2	23.1	18.0	16.7	10.2	6.5
1.9 m	Bryter	57.9	51.1	43.7	36.0	28.4	25.2	14.5	9.6
3.0 m	Bryter	Bryter	97.0	88.6	72.8	51.5	43.5	23.3	20.0
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		99.1	89.4	69.6	34.1	29.1
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 5 Effekt tilført flytelegeme [kW]

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	39	48	58	68	77	97	116	193	
0.9 m	64	80	96	112	128	160	192	319	
1.2 m	114	142	175	199	227	284	340	568	
1.5 m		222	266	310	355	443	532	887	
1.9 m	Bryter	356	427	498	569	711	854	1423	
3.0 m	Bryter	Bryter	1064	1242	1419	1774	2128	3547	5321
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		3592	3991	4789	7981	11972
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	36950	61583	92374

Tabell 6 Bølgeeffekt på 5 m bølgefront [kW]

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	90	84	83	84	84	84	83	83	
0.9 m	84	84	83	84	83	83	83	83	
1.2 m	78	77	78	78	79	82	67	83	
1.5 m	59	59	65	69	70	78	72	84	84
1.9 m	Bryter	47	47	50	53	63	55	82	83
3.0 m	Bryter	Bryter	29	30	36	48	46	73	66
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		21	29	32	60	60
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 7 Mekaniske virkningsgrad [%].

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	5.1	6.9	9	7	5.5	3.6	2.5	1.0	
0.9 m	15	12	11	8	6.5	4.0	2.8	1.0	
1.2 m	15	13.5	11	8	6	3.8	2.7	0.9	
1.5 m	12	11	8	6	4.5	3.2	2.3	1.0	0.4
1.9 m	Bryter	7.7	5.7	4.4	3.4	2.5	1.6	0.8	0.4
3.0 m	Bryter	Bryter	2.6	2.1	1.8	1.4	0.9	0.5	0.3
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		0.7	0.6	0.5	0.3	0.1
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 8 Total virkningsgrad [%].

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	34	34	19.7	23.6	28.4	34.04	40.8	49	
0.9 m	9.5	13.7	16.4	16.4	19.7	28.4	34	40.8	
1.2 m	6.1	7.6	9.5	13.7	16.4	19.7	28.4	28.4	
1.5 m	6.1	6.1	7.6	7.6	9.5	13.7	16.4	28.4	28.4
1.9 m	Bryter	7.6	7.6	9.5	11.4	13.7	16.4	19.7	19.7
3.0 m	Bryter	Bryter	7.6	7.6	7.6	7.6	9.5	9.5	16.4
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		6.1	6.1	7.6	6.1	7.6
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 9 Motstand i generator [kW/(liter/s)²]

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	91	118	112	118	122	121	121	106	
0.9 m	107	130	145	138	142	150	149	127	
1.2 m	115	134	145	165	169	161	178	136	
1.5 m	125	134	142	133	137	154	156	173	138
1.9 m	Bryter	161	151	160	164	174	167	170	138
3.0 m	Bryter	Bryter	162	158	157	153	153	140	162
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		126	140	144	123	127
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter			

Tabell 10 Gjennomsnittlig trykk i akkumulator [bar].

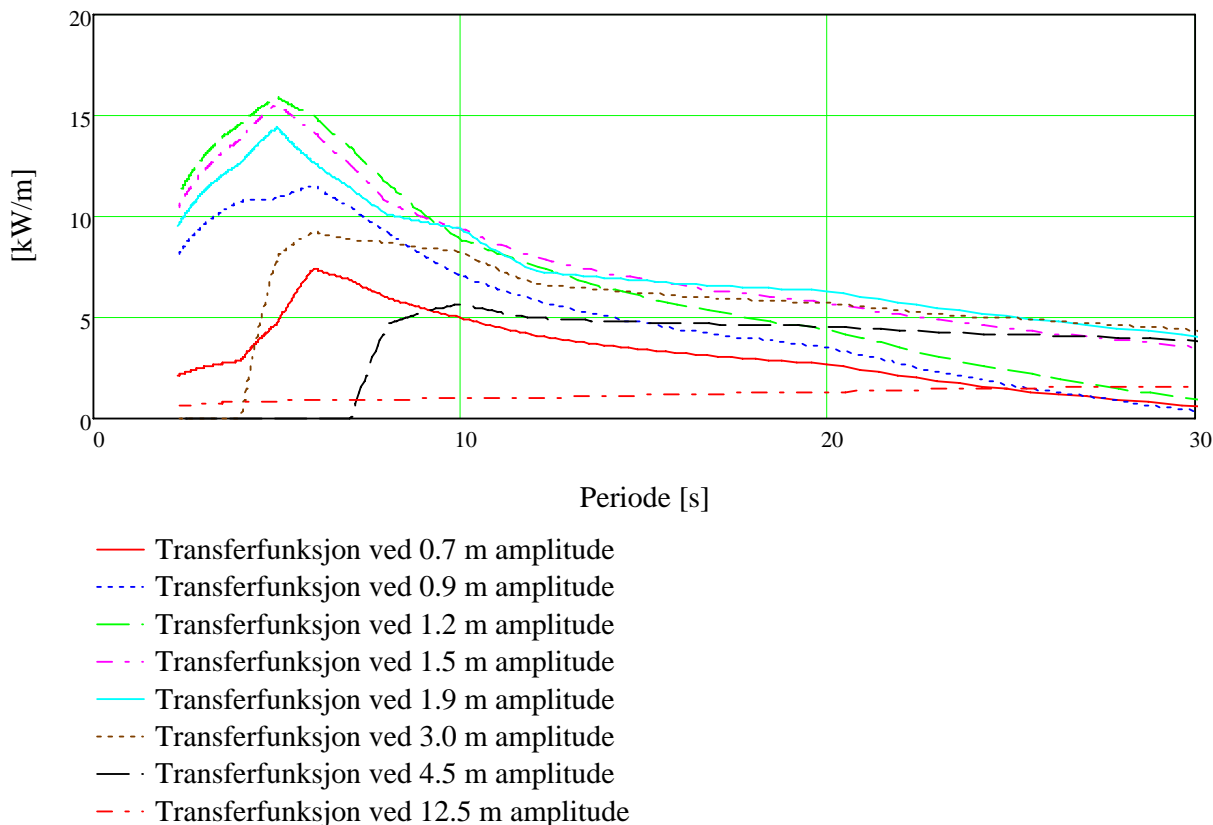
Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	
0.9 m	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	
1.2 m	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Ja	Nei	
1.5 m	Ja	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Ja	Nei	Ja
1.9 m	Bryter	Ja	Nei	Nei	Nei	Ja	Ja	Ja	Ja
3.0 m	Bryter	Bryter	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Ja	Ja	Ja

Tabell 11 Flytelegeme er fullstendig neddykket på minst ett tidspunkt i løpet av fire bølgeperioder

Bølgeperiode Bølgeamplitude	4 s	5 s	6 s	7 s	8 s	10 s	12 s	20 s	30 s
0.7 m	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	
0.9 m	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	Nei	
1.2 m	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	
1.5 m	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei
1.9 m	Bryter	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei
3.0 m	Bryter	Bryter	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
4.5 m	Bryter	Bryter	Bryter		Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
12.5 m	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Bryter	Ja	Ja	Ja

Tabell 12 Sentrifugalkobling slurer på minst ett tidspunkt i løpet av fire bølgeperioder

Transferfunksjonene blir definert som forholdet mellom effektuttak (se Tabell 4) og bølgeamplituden. Den tilgjengelige effekten i en bølge er proporsjonalt med kvadratet av bølgeamplituden, men effekten som tas ut av bølgekraftverket viser seg å være mer proporsjonal med bølgeamplituden enn kvadratet av bølgeamplituden. For bølgeamplituder over 2 m er det tydelig at bølgekraftverkets kapasitet overskrides, slik at det ikke tas ut mer effekt selv om bølgeamplituden øker. Transferfunksjonene er vist i figur nedenfor.



Figur 6-2 Transferfunksjoner

7: Scatterdiagram

7.1 Statistisk beskrivelse av bølger - bølgespekter

Hittil har vi sett på bølgene som bølgetog med konstant amplitude og periode. Virkeligheten kan beskrives som summen av et uendelig antall bølger med varierende høyde og periode. Bølgeenergien fordeles altså over flere frekvenser.

En sjøtilstand er kjennetegnet ved en nullkrysningsperiode T_z og en signifikant bølgehøyde H_s . Man måler disse størrelsene over en viss periode. Tidligere var det vanlig å måle over en periode på 6 timer, men måleperioden kan gjerne være kortere. Nullkrysningsperioden måles ved måletid dividert på antall ganger sjøens middelnivå krysses. Den signifikante bølgehøyden er lik gjennomsnittet av bølgehøyden til de høyeste 1/3 av bølgene. Den forventede største bølgehøyden i løpet av noen timer er omtrent dobbelt så stor som H_s .

Et bølgespekter angir hvordan bølgeamplitudene i bølgetilstanden fordeles over bølgefrequensene. Litt forenklet kan vi si at ved sirkelfrekvensen ω , innenfor $d\omega$, er kvadratet av den representative amplituden gitt ved

$$\zeta(\omega)^2 = 2 \cdot S(\omega) \cdot d\omega$$

Bølgeeffekten er gitt som

$$\int_0^{\infty} 2 \cdot S(\omega) \cdot \frac{\rho \cdot g^2}{\omega \cdot 4} d\omega$$

Andre sammenhenger er:

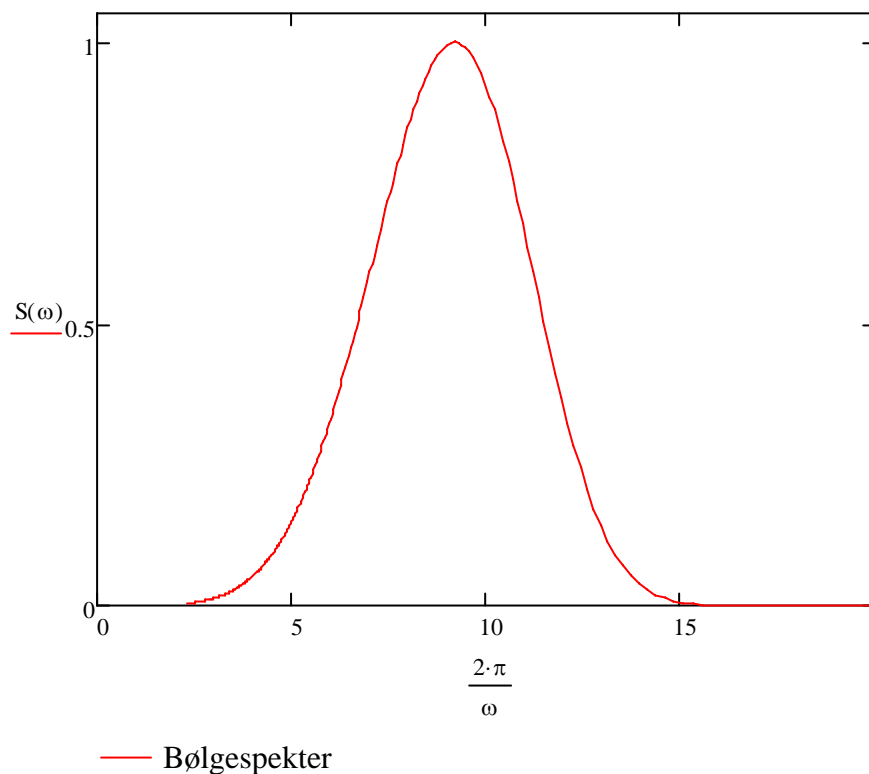
$$H_s = 4 \cdot \sqrt{\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega}$$

$$T_z = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} S(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S(\omega) \cdot \omega^2 d\omega}}$$

Det finnes flere standardiserte spekter, og et mye brukt spekter er JONSWAP spekteret. Det beskriver bra de fleste sjøtilstandene i Nordsjøen. Vindgenererte sjøtilstander har relativt korte bølgelengder i forhold til bølgehøyden. Ved fullt utviklede sjøtilstander blir bølgelengdene lengre, og i slike sjøtilstander er bølgeenergien fordelt over et bredere spekter av frekvenser. Dette er inkludert i spekteret ved parameteren γ . Bølgespekteret har mest energi ved peakperioden T_p , som er noe høyere enn T_z . På neste side er det vist hvordan bølgeeffekten i en sjøtilstand beregnes ved hjelp av et JONSWAP spekter. Spekteret er vist i Figur 7-1, hvor x-akse er bølgeperiode.

En enkeltbølge som har samme energiinnhold som bølgene i spekteret har en bølgehøyde omtrent lik 78% av H_s dersom bølgeperioden er lik T_z .

Signifikant bølgehøyde	$H_s := \sqrt{\frac{2.5^2 + 3.0^2}{2}} \cdot m$	$H_s = 2.76m$
Nullkrysningsperiode	$T_z := 6.5 \cdot sec$	
Jonswap parameter γ	$\gamma := \begin{cases} 5 & \text{if } \frac{T_z}{\sqrt{H_s}} < 2.7 \frac{sec}{\sqrt{m}} \\ 1 & \text{if } \frac{T_z}{\sqrt{H_s}} > 3.7 \frac{sec}{\sqrt{m}} \\ e^{\left(5.75 - \frac{1.55 \cdot T_z \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{H_s} \cdot sec}\right)} & \text{otherwise} \end{cases}$	$\gamma = 1$
Periode med mest energi i spekteret	$T_p := \frac{T_z}{\sqrt{\frac{5 + \gamma}{11 + \gamma}}}$	$T_p = 9.192s$
Tilhørende sirkelfrekvens	$\omega_p := \frac{2 \cdot \pi}{T_p}$	$\omega_p = 0.684 \frac{rad}{sec}$
Jonswap parameter α	$\alpha := \frac{5}{16} \cdot \frac{H_s^2 \cdot \omega_p^4}{g^2} \cdot (1 - 0.287 \ln(\gamma))$	$\alpha = 0.005$
Jonswap spekter	$S(\omega) := \begin{cases} \frac{\alpha \cdot g^2}{\omega^5} \cdot e^{-\left[\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4} + e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\omega - \omega_p}{0.09 \cdot \omega_p}\right)^2} \cdot \ln(\gamma) \right]} & \text{if } \omega > \omega_p \\ \frac{\alpha \cdot g^2}{\omega^5} \cdot e^{-\left[\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4} + e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\omega - \omega_p}{0.07 \cdot \omega_p}\right)^2} \cdot \ln(\gamma) \right]} & \text{otherwise} \end{cases}$	
Tetthet i sjøvann	$\rho := 1030 \frac{kg}{m^3}$	
Bølgeenergi pr meter bølgefront	$\int_0^{20 \cdot \omega_p} S(\omega) \cdot \frac{\rho \cdot g^2}{\omega \cdot 2} d\omega = 29.60 \frac{kW}{m}$	



Figur 7-1 Bølgespekter for H_s 2.76 m og T_z 6.5 sek

7.2 Effektdiagram for bølger

Ved å gjenta beregningen i kapittel 7.1 for flere kombinasjoner av H_s og T_z kan man lage et effektdiagram for bølger. Bølgeeffekten presenteres som bølgeeffekt pr meter bølgefront. Et slikt diagram er vist i Tabell 13. Fordi bølgeeffekt er proporsjonal med bølgeperioden og kvadratet av bølgehøyden, brukes middelveidien av bølgeperiodene og rms verdien av bølgehøydene for å representere hver celle.

Celler markert med **rødt** er vindgenererte sjøtilstander, mens celler markert med **blått** er fullt utviklede sjøtilstander. Sjøtilstander med høye bølger kombinert med korte bølgeperioder vil imidlertid ikke forekomme fordi bølger vil bryte når forholdet mellom bølgehøyde og bølgelengde blir større enn ca 1/7.

Fra-til	T_z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
H_s	T_z H_s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
0.0-0.5	0.35	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7
0.5-1.0	0.79	0.9	1.3	1.7	2.1	2.4	2.8	3.2	3.5
1.0-1.5	1.27	2.3	3.4	4.4	5.3	6.3	7.3	8.2	9.2
1.5-2.0	1.77	4.5	6.3	8.3	10.3	12.1	14	15.9	17.7
2.0-2.5	2.26	7.3	10.3	13.5	16.8	19.9	23	26	29
2.5-3.0	2.76	10.9	15.3	19.7	25	30	34	39	43
3.0-3.5	3.26	15.2	21	27	34	41	48	54	60
3.5-4.0	3.76	20	28	36	45	54	63	72	80
4.0-4.5	4.26	26	36	47	57	70	81	92	103
4.5-5.0	4.76	32	45	58	71	86	101	115	128
5.0-5.5	5.26	40	55	71	87	104	123	140	157
5.5-6.0	5.76	47	66	85	104	124	147	168	188
6.0-6.5	6.25	56	78	101	123	146	172	197	222
6.5-7.0	6.75	65	91	118	144	170	200	230	259
7.0-7.5	7.25	75	106	136	166	196	229	264	297
7.5-8.0	7.75	86	121	155	189	224	258	301	339
8.0-8.5	8.25	98	137	176	215	254	293	339	383
8.5-9.0	8.75	110	154	198	241	285	329	380	430

Tabell 13 Effektdiagram som viser tilgjengelig bølgeeffekt [kW/m].

7.3 Scatterdiagram

Et scatterdiagram angir hvor ofte en sjøtilstand opptrer. Et eksempel er vist i Tabell 14, og er basert på [R5]. Lokasjon er 100 km utenfor kysten av Danmark. Tallene i diagrammet angir hvor stor prosentandel av tiden bølgetilstanden opptrer.

Fra-til	T _z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
H _s	T _z	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
	H _s								
0.0-0.5	0.35	6.7	7.2	1.3	0.3	0.1	0.0		
0.5-1.0	0.79	0.2	17.7	7.0	1.7	0.6	0.2	0.1	0.0
1.0-1.5	1.27		2.1	16.0	1.4	0.3	0.1	0.1	0.0
1.5-2.0	1.77		0.0	7.1	5.7	0.1	0.0	0.0	0.0
2.0-2.5	2.26			0.2	8.1	0.2	0.0		
2.5-3.0	2.76				3.3	2.6	0.0		
3.0-3.5	3.26				0.1	3.6	0.0		
3.5-4.0	3.76					2.2	0.4		
4.0-4.5	4.26					0.2	1.4		
4.5-5.0	4.76						0.9	0.0	
5.0-5.5	5.26						0.3	0.1	
5.5-6.0	5.76						0.0	0.2	
6.0-6.5	6.25							0.1	
6.5-7.0	6.75							0.0	0.0
7.0-7.5	7.25								0.0
7.5-8.0	7.75								
8.0-8.5	8.25								
8.5-9.0	8.75								

Tabell 14 Eksempel på scatterdiagram som angir prosentvis fordeling av sjøtilstander.

Dersom hver celle i dette scatterdiagrammet multipliseres med den tilsvarende cellen i effektdiagrammet og dessuten multipliseres med antall timer i året, får vi årlig bølgeenergi for hver sjøtilstand angitt i kWhr/m. Summen av alle cellene blir lik total årsproduksjon. Dette er gjort i tabellen nedenfor, hvor produksjon over 10 MWhr/m er markert med **rødt**. Vi ser at vi har størst produksjon for bølgehøyder mellom 2.5 og 3 m, og for bølgeperioder mellom 6 og 7 sekunder.

Fra-til	T _z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	SUM
H _s	T _z H _s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	
0.0-0.5	0.35	117	190	34	12	4	1			357
0.5-1.0	0.79	18	2020	1037	321	134	45	16	7	3599
1.0-1.5	1.27		639	6153	652	158	66	57	28	7753
1.5-2.0	1.77		6	5156	5162	97	28	16	18	10483
2.0-2.5	2.26			189	11932	358	23			12502
2.5-3.0	2.76				7152	6722	34			13909
3.0-3.5	3.26				340	12878	96			13315
3.5-4.0	3.76					10264	2143			12406
4.0-4.5	4.26					1190	9804			10995
4.5-5.0	4.76						7780	115		7895
5.0-5.5	5.26						3199	1541		4740
5.5-6.0	5.76						294	2689		2983
6.0-6.5	6.25							1971		1971
6.5-7.0	6.75							920	259	1179
7.0-7.5	7.25								297	297
7.5-8.0	7.75									0
8.0-8.5	8.25									0
8.5-9.0	8.75									0
	SUM	135	2856	12570	25572	31805	23512	7325	609	104383

Tabell 15 Scatterdiagram som angir årlig bølgeenergi [kWhr/m].

Gjennomsnittlig effektproduksjon for denne lokasjonen er
104383 kWhr/m / (365.25·24 hr/år) = 11.9 kW/m.

Langs vestkysten av Norge er det opptil 50 kW/m i gjennomsnittlig bølgeeffekt [R7]. Et spekter for et slikt område inneholder større bølgehøyder og lengre bølgeperioder.

7.4 Effektdiagram for bølgekraftverket

På samme måte som vi beregnet bølgeeffekt i kapittel 7.1 kan vi beregne effekt på turbin ved hjelp av samme JONSWAP spekter. Fordi transferfunksjonen er definert som forholdet mellom effekt og bølgeamplitude (se kapittel 6.15), blir effekt som tas ut av bølgekraftverket i en sjøtilstand gitt som

$$\sqrt{\int_0^{\infty} 2 \cdot S(\omega) \cdot H(\omega)^2 d\omega}$$

hvor H er transferfunksjonen.

Ved å bruke denne formelen for flere kombinasjoner av H_s og T_z kan man lage et effektdiagram for bølgekraftverket. Diagrammet er vist i Tabell 16.

Transferfunksjonene som benyttes for hver bølgehøyde er for en amplitude lik 78% av halve bølgehøyden. Transferfunksjonene er gitt i kapittel 6.15, Figur 6-2. Mellomliggende verdier er interpolert mellom to transferfunksjoner.

Celler markert med **rødt** er vindgenererte sjøtilstander, mens celler markert med **blått** er fullt utviklede sjøtilstander. Sjøtilstander med høye bølger kombinert med korte bølgeperioder vil imidlertid ikke forekomme fordi bølger vil bryte når forholdet mellom bølgehøyde og bølgelengde blir større enn ca 1/7. Sammenligner vi dette effektdiagrammet med Tabell 14 ser vi at vindgenererte sjøtilstander opptrer sjeldent. Celler markert med *liten skjev skrift* er sjøtilstander som ikke opptrer i Tabell 14.

Fra-til	T_z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
H_s	T_z H_s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
0.0-0.5	0.35	0.3	0.5	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6
0.5-1.0	0.79	0.7	1.2	1.6	1.6	1.6	1.5	1.4	1.3
1.0-1.5	1.27	1.1	1.8	2.5	2.6	2.6	2.4	2.2	2.1
1.5-2.0	1.77	1.5	2.3	3.6	3.7	3.6	3.3	3.1	2.9
2.0-2.5	2.26	6.9	7.9	8.3	7.7	7.1	6.5	5.9	5.4
2.5-3.0	2.76	10.3	11.8	12.2	11.1	10.1	9.2	8.3	7.6
3.0-3.5	3.26	14.3	16.6	16.9	15.3	13.7	12.4	11.3	10.3
3.5-4.0	3.76	15.9	18.6	19.0	17.2	15.4	14.1	13	12.0
4.0-4.5	4.26	17.3	20.3	20.6	18.9	16.9	15.6	14.4	13.4
4.5-5.0	4.76	18.4	21.7	22.0	20.2	18.3	16.8	15.6	14.6
5.0-5.5	5.26	17.4	21.2	22.5	21.0	19.4	18.0	16.7	15.7
5.5-6.0	5.76	15.3	20.0	22.7	21.7	20.3	19.0	17.6	16.7
6.0-6.5	6.25	12.3	18.0	22.5	22.1	21.1	20.0	18.4	17.5
6.5-7.0	6.75	8.7	15.6	22.0	22.3	21.7	20.8	19.3	18.3
7.0-7.5	7.25	4.7	13.2	21.6	22.5	22.4	21.7	20.1	19.1
7.5-8.0	7.75	1.2	10.9	20.7	22.3	22.7	22.3	20.8	19.7
8.0-8.5	8.25	1.1	10.1	19.1	21.0	22.2	22.3	21.0	19.9
8.5-9.0	8.75	1.0	9.0	17.2	19.2	21.5	22.0	21.1	20.0

Tabell 16 Effektdiagram som viser bølgekraftverkets effekt [kW].

Sammenligner vi Tabell 16 med Tabell 13 kan vi sette opp total virkningsgrad for disse sjøtilstandene. Effekt i en bølgefront på 5 m er brukt. Virkningsgraden for bølgehøyder under 1.5 m er trolig overestimert fordi de er basert på transferfunksjon for bølgeamplituder på 0.7 m.

Fra-til	T _z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
H _s	T _z H _s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
0.0-0.5	0.35	30	33	47	35	28	23	20	17
0.5-1.0	0.79	16	18	19	15	13	11	9	7.4
1.0-1.5	1.27	9.6	11	11	9.8	8.3	6.6	5.4	4.6
1.5-2.0	1.77	6.7	7.3	8.7	7.2	6.0	4.7	3.9	3.3
2.0-2.5	2.26	19	15	12	9.2	7.1	5.7	4.5	3.7
2.5-3.0	2.76	19	15	12	8.9	6.7	5.4	4.3	3.5
3.0-3.5	3.26	19	16	13	9.0	6.7	5.2	4.2	3.4
3.5-4.0	3.76	16	13	11	7.6	5.7	4.5	3.6	3.0
4.0-4.5	4.26	13	11	8.8	6.6	4.8	3.9	3.1	2.6
4.5-5.0	4.76	12	9.6	7.6	5.7	4.3	3.3	2.7	2.3
5.0-5.5	5.26	8.7	7.7	6.3	4.8	3.7	2.9	2.4	2.0
5.5-6.0	5.76	6.5	6.1	5.3	4.2	3.3	2.6	2.1	1.8
6.0-6.5	6.25	4.4	4.6	4.5	3.6	2.9	2.3	1.9	1.6
6.5-7.0	6.75	2.7	3.4	3.7	3.1	2.6	2.1	1.7	1.4
7.0-7.5	7.25	1.3	2.5	3.2	2.7	2.3	1.9	1.5	1.3
7.5-8.0	7.75	0.3	1.8	2.7	2.4	2.0	1.7	1.4	1.2
8.0-8.5	8.25	0.2	1.5	2.2	2.0	1.7	1.5	1.2	1.0
8.5-9.0	8.75	0.2	1.2	1.7	1.6	1.5	1.3	1.1	0.9

Tabell 17 Diagram som viser total virkningsgrad [%] for sjøtilstander.

7.5 Scatterdiagram for bølgekraftverket

Vi bruker scatterdiagrammet som er gitt i Tabell 14 som eksempel [R5]. Dette er utenfor kysten av Danmark.

Hver celle i scatterdiagrammet i Tabell 14 multipliseres med den tilsvarende cellen i effektdiagrammet for bølgekraftverket i Tabell 16 og dessuten multipliseres med antall timer i året. Vi får da årlig energiproduksjon for hver sjøtilstand angitt i kWhr. Summen av alle cellene blir lik total årsproduksjon. Dette er gjort i tabellen nedenfor, hvor produksjon over 2 MWhr er markert med **rødt**. Vi ser at vi har størst produksjon for bølgehøyder mellom 2.0 og 2.5 m, og for bølgeperioder mellom 5 og 6 sekunder.

Fra-til	T _z	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	SUM
H _s	T _z H _s	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	
0.0-0.5	0.35	176	317	79	20	5	1			598
0.5-1.0	0.79	14	1864	976	245	90	24	7	3	3223
1.0-1.5	1.27		339	3496	320	65	22	15	6	4263
1.5-2.0	1.77		2	2236	1854	29	7	3	3	4134
2.0-2.5	2.26			116	5469	128	7			5719
2.5-3.0	2.76				3176	2263	9			5448
3.0-3.5	3.26				153	4303	25			4481
3.5-4.0	3.76					2927	480			3407
4.0-4.5	4.26					287	1888			2176
4.5-5.0	4.76						1294	16		1310
5.0-5.5	5.26						468	184		652
5.5-6.0	5.76						38	282		320
6.0-6.5	6.25							184		184
6.5-7.0	6.75							77	18	96
7.0-7.5	7.25								19	19
7.5-8.0	7.75									0
8.0-8.5	8.25									0
8.5-9.0	8.75									0
	SUM	190	2522	6904	11237	10097	4261	768	49	36029

Tabell 18 Scatterdiagram som angir årlig energiproduksjon [kWhr].

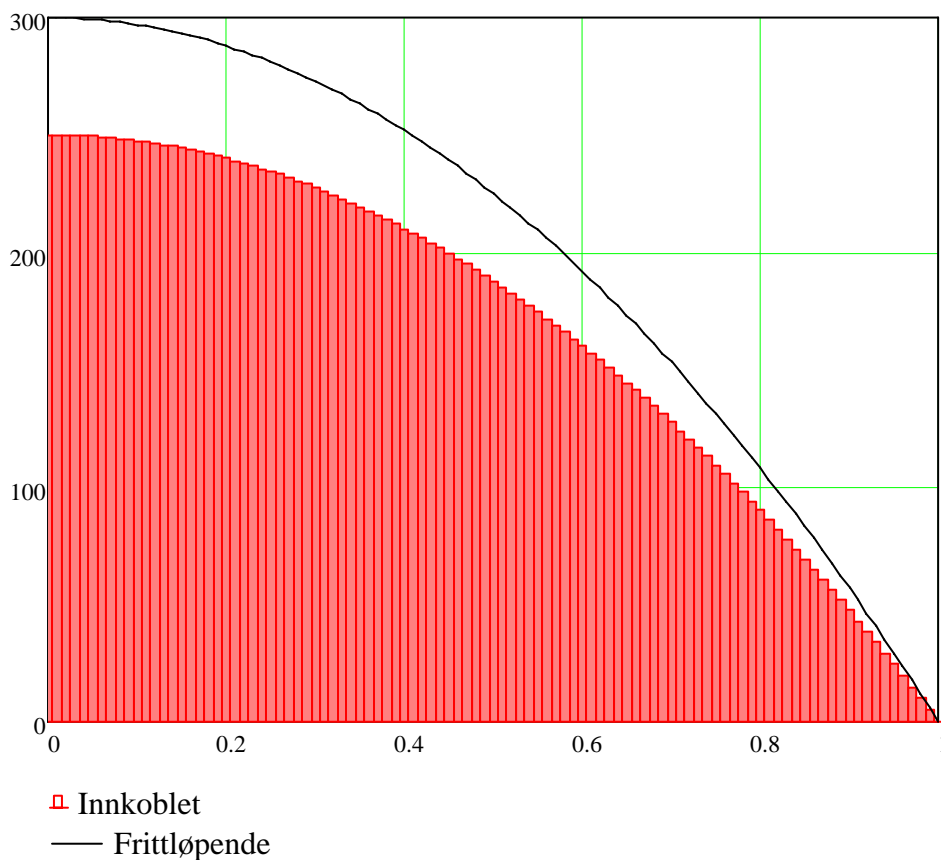
Gjennomsnittlig effektproduksjon for denne lokasjonen er 36029 kWhr / (365.25·24 hr/år) = 4.1 kW. Dette gir en total virkningsgrad på 4.1 kW / (11.9 kW/m · 5 m) = 7 % for denne lokasjonen.

8: Diskusjon

8.1 Sentrifugalkobling

Simuleringene viser tydelig at sentrifugalkoblingen er meget viktig for bølgekraftverkets overlevelses-evne. Sentrifugalkoblingen sørger for at pumpen ikke får for høyt turtall, men også at kreftene i vaier ikke blir for store, selv ved ekstreme bølgehøyder. Sentrifugalkoblingens karakteristikk er vist i figur nedenfor. X-aksen representerer forholdet mellom pumpens hastighet og pumpens kritiske hastighet. Y-aksen representerer last på sentrifugalkoblingen, (gitt som trykk i akkumulator). Mellom de to grafene slurer koblingen.

Optimaliseringen av giring er et resultat av formen på denne karakteristikken. Sentrifugalkoblingen slurer allerede ved bølgeamplituder på 1.2 m, se Tabell 12. Sluring og frikobling representerer tapt energi (og dessuten mekanisk slitasje, og er derfor ikke positivt for energiproduksjon. Det ville vært mulig å øke motstanden i sentrifugalkoblingen og samtidig lagt inn en sikkerhetsventil på akkumulatoren. Dette ville endret optimal giring, men ville trolig vært positivt for energiproduksjonen. Sikkerhetsventilen ville sørget for at kreftene på vaier ikke ble for høye, og også at akkumulator og motor ikke ble overbelastet.



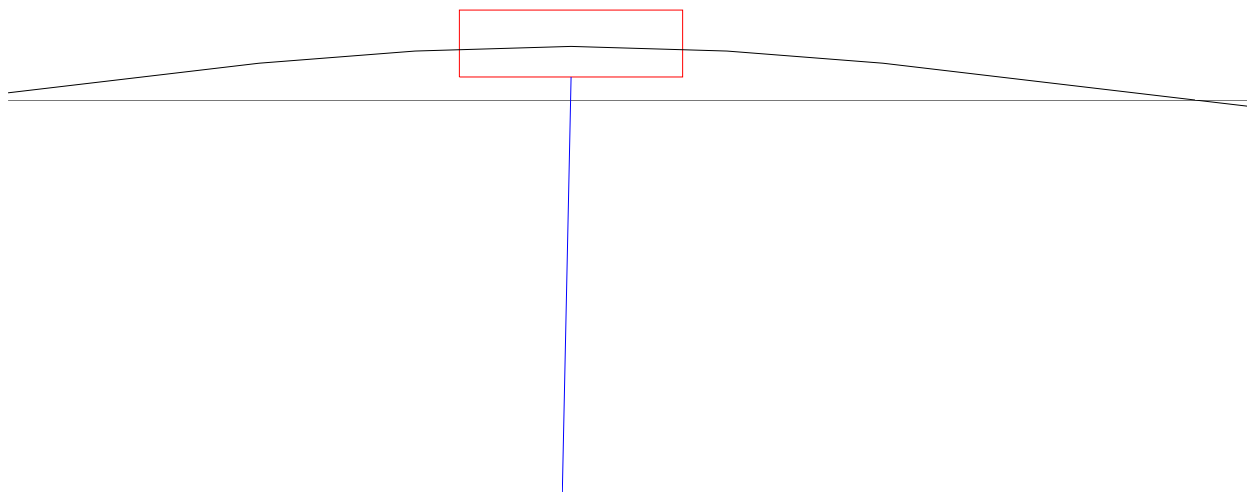
Figur 8-1 Sentrifugalkoblingens karakteristikk

8.2 Muligheter for økning av effektopptak

Tidligere simuleringer viste at det å bruke et svinghjul på pumpen økte energiproduksjon. Treggheten i svinghjulet medførte at kreftene på flytelegemet økte, fordi massen av svinghjulet også måtte akselereres. Dette gjorde at flytelegemet lå dypere i sjøen i større del av bølgeperioden, og energi tilført flytelegemet økte. Ulempen med svinghjulet var at vaier ble overbelastet ved for høye bølger.

Et alternativ til svinghjulet kunne være å bruke en mekanisk brems på vinsj, eventuelt en ventil på hydraulikken, for å oppnå samme effekten. Bremsen må i så fall opereres på en slik måte at man ikke risikerer å redusere bølgekraftverkets overlevelses-evne.

Størrelsen på flytelegemet er også viktig. En økning på diameteren ville gi generelt økte dimensjoner på resten av anlegget og tilsvarende økt energiproduksjon. Begrensningen ligger i at flytelegemets diameter må være en del mindre enn bølgelengdene. Vi ser av Tabell 11 og Figur 8-2 at høyden på flytelegemet kunne vært redusert litt, i hvert fall for optimalisering mot en bølgeamplitude på 1.2 m.



Figur 8-2 Flytelegemet vist i en bølge med amplitude 1.2 m og periode 6 sekunder.

8.3 Feilkilder

Matematiske beregninger kan aldri fullstendig simulere virkeligheten. Det er spesielt tre feilkilder det er verdt å se nærmere på:

1) *Modellering av sentrifugalkobling og girskifte*

Energitapet som følge av sluring i sentrifugalkoblingen er vanskelig å modellere. Sluringen gir hurtig inn-ut kobling av koblingen, spesielt fordi sentrifugalmassene ligger på pumpesiden av koblingen. Denne siden har liten masse, og vi får dermed en høyfrekvent lugging. Den samme effekten ser vi ved skifte av retning på vinsj, det vil si inn-ut kobling av gir 2 og 3. Ved større tidssteg øker denne luggingen, og dette er en indikasjon på at dette er en numerisk effekt. Men samtidig er det reelt at luggingen er høyfrekvent, og slike vibrasjoner vil i realiteten absorberes i systemet og dermed medføre tap. Vi ser for eksempel av energiproduksjonen ikke endres dersom tidssteget ved bølge 1.2 m / 6 sekunder halveres (fra 2.5 ms til 1.5 ms) Dersom tidssteget dobles derimot (fra 2.5 ms til 5 ms) reduseres energiproduksjonen. Dette indikerer at størrelsen på tidssteget er riktig for denne bølgen, men det er grunn til å tro at ved høyere hastigheter i systemet (høyere og/eller kortere bølger) kan tidssteget være for kort. Jo mer sluring på sentrifugalkoblingen, jo viktigere blir tidssteget.

2) *Stokastiske bølger i forhold til bølgetog.*

I analysene er det laget transferfunksjoner ut fra respons på kraftverket ved påvirkning av bølgetog. I virkeligheten er bølgene stokastiske, med varierende periode og høyde, og effekter av egenfrekvenser i systemet blir da mindre. Effekten av dette er trolig negativ på total energiproduksjon.

3) *Generatorens muligheter til å variere motstand.*

Generatorens motstand er slik at den produserer mellom 6.1 og 34 kW/(liter/s)², se Tabell 9. Hvor stor dynamikk det er mulig å legge inn i en generator er det ikke tatt stilling til i dette dokument, men dette oppfattes som et ganske stort sprang. Dersom generatorens dynamikk er mindre, vil transferfunksjonene bli noe spissere rundt de optimale bølgeperioden. Det er imidlertid ikke sikkert at dette vil påvirke total produksjon særlig fordi mesteparten av energiproduksjonen skjer rundt et relativt snevert område med hensyn til bølgeperiode og -høyde, se Tabell 18.

Logikken i styringen av generatorens motstand vil bli komplisert dersom forutsetningene for beregningene skal oppfylles. Denne styringen kan til en viss grad basere seg på trykk i akkumulator og strømming av hydraulikkolje. Ved mer strømming bør trykket i akkumulator reduseres for å redusere sluring i sentrifugalkobling.

Til slutt er det heller ikke gitt at en generator vil generere effekt proporsjonalt med kvadratet av strømmingen, slik det er forutsatt. Men i beregningene er rotasjonsmassen i generatoren relativt stor, slik at generatoren har ganske jevnt turtall for et gitt bølgetog. Derfor skal ikke dette være en feilkilde av betydning.

9: Figur- og tabelliste

Figur 4-1	Flytelegeme med trinse på bunnfeste, koblet til vinsj.....	8
Figur 4-2	Hydraulisk skjema.....	9
Figur 6-1	Matematisk modell.....	16
Figur 6-2	Transferfunksjoner.....	54
Figur 7-1	Bølgespekter for H_s 2.76 m og T_z 6.5 sek.....	57
Figur 8-1	Sentrifugalkoblingens karakteristikk.....	64
Figur 8-2	Flytelegemet vist i en bølge med amplitude 1.2 m og periode 6 sekunder.....	65
Tabell 1	Effektdiagram som viser bølgekraftverkets beregnede effekt [kW].....	6
Tabell 2	Effekt balanse.....	48
Tabell 3	Optimalisering av system.....	50
Tabell 4	Uttak av effekt på generator [kW].....	51
Tabell 5	Effekt tilført flytelegeme [kW].....	51
Tabell 6	Bølgeeffekt på 5 m bølgefront [kW].....	52
Tabell 7	Mekaniske virkningsgrad [%].....	52
Tabell 8	Total virkningsgrad [%].....	52
Tabell 9	Motstand i generator [kW/(liter/s) ²].....	52
Tabell 10	Gjennomsnittlig trykk i akkumulator [bar].....	53
Tabell 11	Flytelegeme er fullstendig neddykket på minst ett tidspunkt i løpet av fire bølgeperioder.....	53
Tabell 12	Sentrifugalkobling slurer på minst ett tidspunkt i løpet av fire bølgeperioder.....	53
Tabell 13	Effektdiagram som viser tilgjengelig bølgeeffekt [kW/m].....	58
Tabell 14	Eksempel på scatterdiagram som angir prosentvis fordeling av sjøtilstander.....	59
Tabell 15	Scatterdiagram som angir årlig bølgeenergi [kWhr/m].....	60
Tabell 16	Effektdiagram som viser bølgekraftverkets effekt [kW].....	61
Tabell 17	Diagram som viser total virkningsgrad [%] for sjøtilstander.....	62
Tabell 18	Scatterdiagram som angir årlig energiproduksjon [kWhr].....	63

Appendix A: Eksempel på beregning

Sjøvannets tetthet	$\rho := 1030 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		
Tyngdens akselerasjon	$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$		
Dybde på lokasjonen	$h := 30 \cdot \text{m}$		
Bølgeperiode	$T = 6 \text{ s}$		
Sirkelfrekvens	$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$		
Bølgetall (dypt vann tilnærming)	$k := \frac{\omega^2}{g}$		$k = 0.1118 \frac{1}{\text{m}}$
Bølgetall ved grunt vann	Given $\omega = \sqrt{k \cdot g \cdot \tanh(k \cdot h)}$	$k := \text{Find}(k)$	$k = 0.1121 \frac{1}{\text{m}}$
Bølgelengde ved grunt vann	$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{k}$		$\lambda = 56.053 \text{ m}$
Bølgeamplitude	$\zeta_a = 1.2 \text{ m}$		
Bølgeeffekt (dypt vann tilnærming)	$E := \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho \cdot g^2 \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot \zeta_a^2$		$E = 34.053 \cdot \frac{\text{kW}}{\text{m}}$
Viskositet	$\nu := 1.307 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$		
Avstand fra land	$b := 150 \cdot \text{m}$		
Vinsjens høyde over vann	$h_v := 20 \cdot \text{m}$		
Arbeidstrykk i akkumulator	$p_0 = 145 \cdot \text{bar}$	165bar 3m og full kobling	
Trykk i akkumulator når ventil mot turbin stenges	$p_{\text{krit}} = 60 \cdot \text{bar}$		
Dummy parametre (brukes ikke i endelig beregning)			
Flytelegemets bevegelses amplitude i vertikal retning	$u_a := \zeta_a$		
Teller for bevegelse og bølge	$I := 20 \quad i := 1 \dots I$		
Bølge	$\zeta_i := \zeta_a \cdot \left(\frac{2 \cdot i}{I} - 1 \right)$		
Flytelegemets bevegelse i vertikal retning	$u_i := u_a \cdot \left(\frac{2 \cdot i}{I} - 1 \right)$		
Flytelegemets hastighet i vertikal retning	$du_i := \omega \cdot u_a \cdot \left(\frac{2 \cdot i}{I} - 1 \right)$		

Beskrivelse av bølger

Flytelegemets diameter

$$D = 5.0 \text{ m}$$

Rms verdien av bølgehøyden over flytelegemets diameter er gitt av

$$\frac{1}{D} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos(k \cdot x)^2 dx = 97. \%$$

For å ta hensyn til flytelegemets geometri integreres denne over flytelegemets areal

$$f_{\text{red}} := \frac{1}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \cos(k \cdot x)^2 \left[2 \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - x^2} \right] dx = 98. \%$$

Bølgestørrelser blir multiplisert med denne faktoren for å få effektive bølgestørrelser.

Stokes 1. ordens bølge teori:

Bølgen kan beskrives av hastighetspotensialet

$$\phi(x, z, t) = \frac{-g \cdot \zeta_a}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

"z" er positiv nedover, "x" er positiv i bølgens bevegelsesretning, "t" er positiv nedover

Partikkelbane i horisontal retning i forhold til middelposisjon

$$\int \frac{d}{dx} \phi dt \quad \zeta_x(x, z, t) := f_{\text{red}} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Partikkelbane i vertikal retning i forhold til middelposisjon

$$\int \frac{d}{dz} \phi dt \quad \zeta_z(x, z, t) := f_{\text{red}} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Hastighet i horisontal retning

$$\frac{d}{dx} \phi \quad v_x(x, z, t) := -f_{\text{red}} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Hastighet i vertikal retning

$$\frac{d}{dz} \phi \quad v_z(x, z, t) := f_{\text{red}} \cdot \frac{g \cdot \zeta_a \cdot k}{\omega} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Akselerasjon i horisontal retning

$$\frac{d}{dt} \frac{d}{dx} \phi \quad a_x(x, z, t) := -f_{\text{red}} \cdot g \cdot \zeta_a \cdot k \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Akselerasjon i vertikal retning

$$\frac{d}{dt} \frac{d}{dz} \phi \quad a_z(x, z, t) := -f_{\text{red}} \cdot g \cdot \zeta_a \cdot k \cdot \frac{\sinh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Dynamisk trykk

$$\rho \cdot \frac{d}{dt} \phi \quad p(x, z, t) := f_{\text{red}} \cdot \rho \cdot g \cdot \zeta_a \cdot \frac{\cosh[k \cdot (h - z)]}{\cosh(k \cdot h)} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

Bølgehastighet

$$\frac{\omega}{k} \quad C_w := \sqrt{\frac{g \cdot \tanh(k \cdot h)}{k}}$$

Gruppehastighet (energitransport hastighet)

$$\frac{d}{dk} \omega \quad C_G := \frac{C_w}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot k \cdot h}{\sinh(2 \cdot k \cdot h)} \right)$$

Kinetisk energi i en bølge

$$E_{\text{kin}} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_0^\lambda \int_0^h \zeta_x(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 + \zeta_z(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 dz dx$$

Potensiell energi i en bølge

$$E_{\text{pot}} := \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_0^\lambda \int_0^h v_x(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 + v_z(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 dz dx$$

Effekt i bølge

$$P := \frac{E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}}{\lambda} \cdot C_G \quad P = 33.195 \frac{\text{kW}}{\text{m}}$$

Effekt i bølge (dypt vann)

$$E = 34.053 \frac{\text{kW}}{\text{m}}$$

$$\frac{C_G}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_0^\lambda \int_0^{3.1 \cdot \text{m}} \zeta_x(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 + \zeta_z(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 dz dx + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_0^\lambda \int_0^{3.1 \cdot \text{m}} v_x(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 + v_z(x, z, 0 \cdot \text{sec})^2 dz dx \right) = 16.6 \frac{\text{kW}}{\text{m}}$$

Flytelegeme - vertikal frihetsgrad

Diameter på flytelegeme	$D = 5 \text{ m}$	
Vannlinjeareal på flytelegemet	$A := \frac{\pi}{4} \cdot D^2$	
Høyde på flytelegeme	$H = 1.5 \text{ m}$	
Nominell masse av flytelegeme (estimat stål)	$M_{\text{flytelegeme}} := \left(2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 + \pi \cdot D \cdot H \right) \cdot 10 \cdot \text{mm} \cdot 7850 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$M_{\text{flytelegeme}} = 4.9\text{-tonne}$

Hydrodynamisk tilleggsmasse på flytelegeme

Ubelastet dyppgang	$B := \frac{M_{\text{flytelegeme}}}{A \cdot \rho}$	$B = 244\text{-mm}$
--------------------	--	---------------------

Ulike verdier for hydrodynamisk tilleggsmasse i vertikal retning:

Neddykket disk (0 høyde): $\frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho$ (Munk 1934)

Neddykket uendelig lang plate (0 høyde): $1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot \text{Waterlinearea} \cdot \rho$ (Meyerhoff 1970)

Sammenligner vi disse to tilfellene ser vi at forholdet mellom en sirkulær disk og en uendelig lang plate er lik

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho}{1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot A \cdot \rho} = \frac{\frac{1}{3} \cdot D \cdot \frac{4}{\pi} \cdot A}{1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot A} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \quad \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 = 54\%.$$

Neddykket rektangulært skrog, like langt som bredt, Dyppgang = bredde/2: $1.32 \cdot \text{DeplACEMENT} \cdot \rho$ (Sarpkaya 1960)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt: $1.19 \cdot \text{DeplACEMENT} \cdot \rho$ (Bai 1977, Flagg and Neumann 1971)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dyppgang = bredde/2: $0.75 \cdot A \cdot \text{dyppgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger ca 6 s)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dyppgang = bredde/4: $1.5 \cdot A \cdot \text{dyppgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger ca 6 s)

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dyppgang = bredde/8: $3 \cdot A \cdot \text{dyppgang} \cdot \rho$ (Vugt, bølger kortere enn 6 s)

Vårt dyppgang / bredde forhold er ca 1/40.

Høyde / bredde forholdet er ca 1/11

Vi ser av Vugts tall at

$$0.75 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{2} \cdot \rho = 1.5 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{4} \cdot \rho = 3 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{8} \cdot \rho$$

La oss nå erstatte "bredde" med

$$\sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} = 4.431 \text{ m}$$

Da kan vi sette hydrodynamisk tilleggsmasse lik

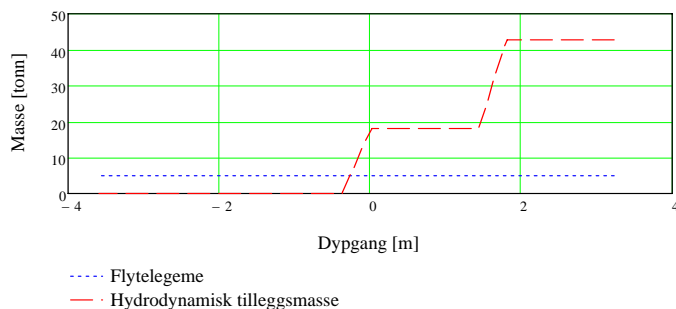
$$\frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho = 33.606\text{-tonne}$$

Samtidig er ikke vårt skrog uendelig langt, men tvertimot ganske kort. Vi antar derfor at for vår sirkulære disk kan vi redusere faktoren med en faktor 54%, som vist ovenfor.

$$54\% \cdot \frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho = 18.147\text{-tonne}$$

Basert på disse tallene setter vi at hydrodynamisk tilleggsmasse er lik

$$M_H(u, \zeta) := \begin{cases} 0\text{-tonne} & \text{if } (\zeta - u) < 0\text{-m} \\ 54\% \cdot \frac{3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho & \text{if } 0\text{-m} \leq \zeta - u < H \\ \frac{1}{3} \cdot D^3 \cdot \rho & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases} \quad M_H(0\text{-m}, 0\text{-m}) = 18.147\text{-tonne}$$



viskøs demping (drag) på flytelegeme

Reynoldstall
$$\frac{1 \cdot \frac{m}{s} \cdot D}{1.1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{m}{s}} = 4.545 \times 10^6$$

Neddykket disk:
$$\frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot du^2 \quad (NS3479)$$

Flytende disk: Antar at dragkreftene reduseres med 50%.

Dette gir en ikke-lineær dempekoeffisient

Basert på disse tallene setter vi at demping pga drag er lik

$$C_d(u, \zeta, du, d\zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{1}{s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ 50\% \cdot \frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot |du - d\zeta| & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ \frac{1.05}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot |du - d\zeta| & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

Potensialdemping på flytelegeme

Potensialdemping er demping pga av at flytelegemets bevegelse genererer bølger. Når skroget er fullstendig neddykket reduseres potensialdempingen betraktelig. Ulike verdier for hydrodynamisk potensialdemping i vertikal retning:

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/2:
$$\frac{0.3 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/4:
$$\frac{0.9 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Flytende rektangulært skrog, uendelig langt, Dypgang = bredde/8:
$$\frac{2.3 \cdot A \cdot \text{dypgang} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} \quad (\text{Vugt, bølger ca 6 s})$$

Vårt dypgang / bredde forhold er ca 1/40.

Vi tar utgangspunkt i dybde/bredde = 1/8.
$$\frac{2.3 \cdot A \cdot \frac{\text{bredde}}{8} \cdot \rho}{\sqrt{\frac{\text{bredde}}{2 \cdot g}}} = \frac{2.3}{8} \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \text{bredde}} \cdot \rho$$

La oss nå erstatte "bredde" med
$$D \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}} = 4.431 \text{ m}$$

Ved andre bølgefrequenser endrer faktoren 2.3 seg. Vi kan tilnærme kurven for dypgang/bredde = 1/8 med:

$$\text{Coeff}(\omega) := \frac{1}{0.3 \cdot \left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \frac{\pi}{4}}{2 \cdot g}} \right)^2 + 0.15 \cdot \left(\omega \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \frac{\pi}{4}}{2 \cdot g}} \right)^2} \quad \begin{aligned} \text{Coeff} \left(\frac{2 \cdot \pi}{4 \cdot \text{sec}} \right) &= 2.292 \\ \text{Coeff} \left(\frac{2 \cdot \pi}{6 \cdot \text{sec}} \right) &= 1.471 \\ \text{Coeff} \left(\frac{2 \cdot \pi}{10 \cdot \text{sec}} \right) &= 0.585 \end{aligned}$$

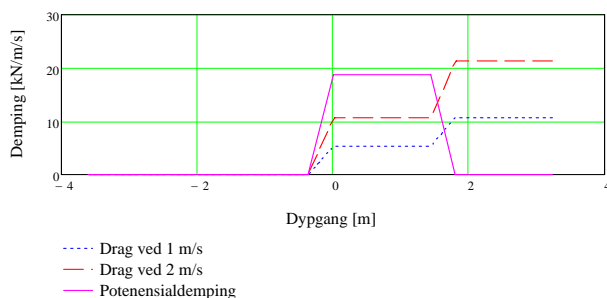
Da kan vi sette potensialdemping lik
$$\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho = 34.67 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$$

Samtidig er ikke vårt skrog uendelig langt, men tvertimot ganske kort. Vi antar derfor at for vår sirkulære disk kan vi redusere faktoren med en faktor 54%, på samme måte som for den hydrodynamiske tillegsmassen.

$$54\% \cdot \left(\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho \right) = 18.722 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$$

Basert på disse tallene setter vi at potensialdemping er lik

$$C_h(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ 54\% \cdot \left(\frac{\text{Coeff}(\omega)}{8} \cdot A \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \rho \right) & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s} & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases} \quad C_h(0 \cdot m, 0 \cdot m) = 18.722 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{s}$$



Oppdrift - stivhet

Stivhet på grunn av flytelegemets dypgang (oppdrift)

$$K_{\text{oppdrift}}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot g & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

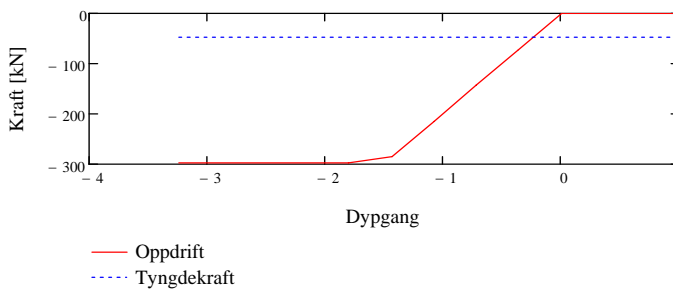
Oppdrift - kraft

Dersom flytelegemet er helt neddykket erstattes fjærstivheten med en konstant oppdrifts-kraft.

$$F_{\text{oppdrift}}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot N & \text{if } \zeta - u < H \\ \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot H \cdot \rho \cdot g & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

Tyngdekraft

Tyngdekraft på flytelegeme $F_{\text{statisk}} := -M_{\text{flytelegeme}} \cdot g$



Froude Krylov (dynamisk oppdrift)

Trykk under flytelegemet

hvor ζ er overflateheving

$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$

$$F_{FK}(u, \zeta, x, t) := \begin{cases} 0 \cdot N & \text{if } (\zeta - u) < 0 \cdot m \\ p(x, -u, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 & \text{if } 0 \cdot m \leq \zeta - u < H \\ p(x, -u, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 - 100\% \cdot p(x, -u - H, t) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

Dragkrefter

Dragkrefter

hvor ζ er overflateheving

$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet

$v_z(x, -u_A, t)$

$$F_{\text{drag}}(u, \zeta, du, d\zeta) := C_d(u, \zeta, du, d\zeta) \cdot d\zeta$$

Potensialkrefter

Potensialkrefter

hvor ζ er overflateheving

$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet

$v_z(x, -u_A, t)$

$$F_h(u, \zeta, d\zeta) := C_h(u, \zeta) \cdot d\zeta$$

Treghetskrefter

Treghetskrefter

hvor ζ er overflateheving

$\zeta_z(x, 0 \cdot m, t)$

hvor $dd\zeta$ er partikkelakselerasjon under flytelegemet

$a_z(x, -u_A, t)$

$$F_{\text{am}}(u, \zeta, dd\zeta) := M_h(u, \zeta) \cdot dd\zeta$$

Demper og vaier mellom flytelegeme og bunnfeste

Diameter på vaier

$$d_{\text{vaier}} := 20 \text{ mm}$$

Styrke (bruddlast) i vaier

$$\text{MBL} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2 \cdot 1100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\text{MBL} = 345.575 \text{ kN}$$

Masse av vaier

Vekt pr lengde

$$q_{\text{vaier}} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2 \cdot 6300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$q_{\text{vaier}} = 2.0 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Masse av vaier før bunnfeste

$$M_{\text{vaier}_1} := q_{\text{vaier}} \cdot h$$

$$M_{\text{vaier}_1} = 59 \text{ kg}$$

Viskøse krefter på vaier

Typisk Reynolds tall

$$\text{Re} := \frac{1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot h \cdot \rho}{\nu}$$

$$\text{Re} = 2.364 \times 10^7$$

Friksjonsfaktor ved Reynoldstall

$$f := 0.01$$

Vaier før bunnfeste

$$C_{\text{vaier}_1}(\text{du}) := f \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |\text{du}| \cdot \pi \cdot d_{\text{vaier}} \cdot h$$

$$C_{\text{vaier}_1} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 9.708 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Demper under flytelegeme

Valgt stivhet

$$K_{\text{demper}} := 1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Fleksibilitet i vaier

Fleksibilitet i vaier før bunnfeste

$$K_{\text{vaier}_1} := \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2}{h}$$

$$K_{\text{vaier}_1} = 2.094 \times 10^3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Vaier med kjedelinje mellom bunnfeste og vinsj

Masse av vaier

Masse av vaier etter bunnfeste

$$M_{\text{vaier}_2} := q_{\text{vaier}} \cdot \sqrt{(h + h_v)^2 + b^2}$$

$$M_{\text{vaier}_2} = 313 \text{ kg}$$

Viskøse krefter på vaier

Vaier etter bunnfeste

$$C_{\text{vaier}_2}(\text{du}) := f \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |\text{du}| \cdot \pi \cdot d_{\text{vaier}} \cdot \sqrt{h^2 + \left[b \cdot \left(\frac{h}{h + h_v} \right) \right]^2}$$

$$C_{\text{vaier}_2} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 30.698 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Prosjekt: 30874

Reksibilitet i vaier

$$K_{\text{vaier}_2} := \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vaier}}^2}{\sqrt{(h + h_v)^2 + b^2}} \quad K_{\text{vaier}_2} = 397.384 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kjedelinje

Vaierens vekt pr m $q_{\text{vaier}} = 2.0 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$
 Horizontal lengde av kjedelinjen $b = 150 \text{ m}$
 Vertikal lengde av kjedelinjen $h + h_v = 50 \text{ m}$
 Horizontalt strekk BT

Tenkt horizontal lengde fra bunnfeste til horizontal kjedelinje. (X=0 betyr at vaier er horisontal ved bunnfestet)

$$X(BT) := \frac{BT}{q_{\text{vaier}}} \cdot \text{asinh} \left[\frac{(h + h_v) \cdot q_{\text{vaier}}}{2 \cdot BT \cdot \sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot b}{BT} \right)} \right] - \frac{b}{2}$$

Minste horizontale strekk i vaier for den legger seg på bunnen:

Given $X(BT) = 0 \text{ m}$ $BT_0 := \text{Find}(BT)$ $BT_0 = 460.93 \text{ kg}$
 $X(BT_0) = 2.842 \times 10^{-14} \text{ m}$

Lengde av kjedelinje $L_{kj}(BT) := \frac{BT}{q_{\text{vaier}}} \left[\sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot (X(BT) + b)}{BT} \right) - \sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot X(BT)}{BT} \right) \right]$ $L_{kj}(BT_0) = 160.589 \text{ m}$

Minste mulige lengde (ved uendelig høy kraft) $\sqrt{b^2 + (h + h_v)^2} = 158.114 \text{ m}$

Vertikal kraftkomponent ved vinsj $BT_0 \cdot \sinh \left[\frac{q_{\text{vaier}} \cdot (X(BT_0) + b)}{BT_0} \right] = 317.837 \text{ kg}$

Totalt strekk i vaier $TT(BT) := BT \cdot \cosh \left[\frac{q_{\text{vaier}} \cdot (X(BT) + b)}{BT} \right]$ $TT(BT_0) = 559.891 \text{ kg}$

Vinkel ved vinsj $\text{atan} \left[\frac{\sinh \left[\frac{q_{\text{vaier}} \cdot (X(BT_0) + b)}{BT_0} \right]}{\frac{q_{\text{vaier}} \cdot X(BT_0)}{BT_0}} \right] = 34.588 \cdot \text{deg}$

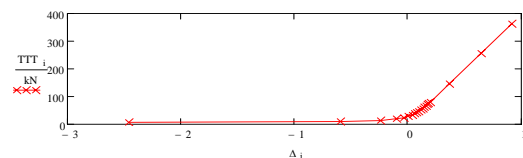
Vinkel ved bunnfeste $\text{atan} \left(\sinh \left(\frac{q_{\text{vaier}} \cdot X(BT_0)}{BT_0} \right) \right) = 7 \times 10^{-15} \cdot \text{deg}$

Vektor for horisontalt strekk $BT_i := i \cdot BT_0$ $BT_{18} := 0.4 \cdot \frac{\text{MBL}}{\text{g}}$ $BT_{19} := 0.7 \cdot \frac{\text{MBL}}{\text{g}}$ $BT_{20} := \frac{\text{MBL}}{\text{g}}$

Vektor for strekk $TTT_i := TT(BT_i) \cdot \text{g}$

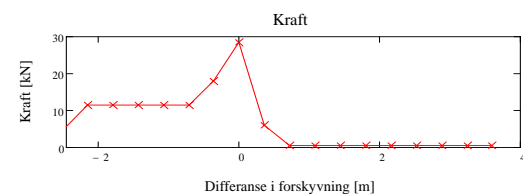
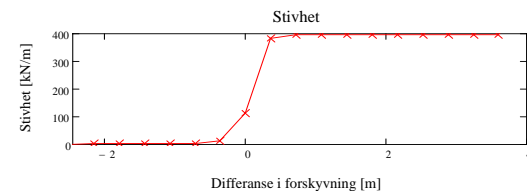
Vektor for forskyvning i forhold til et valgt 0-punkt (valgt for å ha mest mulig lineær stivhet ved høye laster) $\Delta_i := L_{kj}(BT_{20}) - L_{kj}(BT_i) + \frac{TTT_i}{K_{\text{vaier}_2}}$

Dette null punktet medfører at vaier legger seg i bunn dersom forskyvning er mindre enn $\Delta_i = -2.46 \text{ m}$



Ikke-lineær stivhet: $K_{kj}(\Delta_u) := \begin{cases} \frac{\text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta_u + 1 \cdot \text{mm}) - \text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta_u - 1 \cdot \text{mm})}{2 \cdot \text{mm}} & \text{if } \Delta_u > \Delta_1 \\ 0 \frac{\text{N}}{\text{m}} & \text{otherwise} \end{cases}$

Avvik mellom kjedelinjens kraft og kraft pga stivhet $F_{kj}(\Delta_u) := \begin{cases} \text{linterp}(\Delta, TTT, \Delta_u) - K_{kj}(\Delta_u) \cdot \Delta_u & \text{if } \Delta_u > \Delta_1 \\ BT_0 \cdot \text{g} & \text{otherwise} \end{cases}$ $K_{kj}(3 \text{ m}) = 396.752 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$



Vinsj

Diameter på vinsj

$$d_{\text{vinsj}} := 400 \cdot \text{mm}$$

Bredde på vinsj

$$b_{\text{vinsj}} := 250 \cdot \text{mm}$$

$$b_{\text{vinsj}} = 250 \cdot \text{mm}$$

Treghetsmoment av trommel (solid aksling)

$$I_{\text{vinsj}} := \frac{(d_{\text{vinsj}})^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{vinsj}}^2 \cdot b_{\text{vinsj}} \cdot 7850 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$I_{\text{vinsj}} = 4.9 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Masse i forhold til vaierens angrepspunkt

$$M_{\text{vinsj}} := \frac{I_{\text{vinsj}}}{\left(\frac{d_{\text{vinsj}}}{2} + \frac{d_{\text{vaier}}}{2} \right)^2}$$

$$M_{\text{vinsj}} = 112 \text{ kg}$$

Fjærkobling

Valgt stivhet i kobling

$$K_{\text{gk_rot}} := \frac{300 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}}{360 \cdot \text{deg}}$$

Stivhet i forhold til vaierens angrepspunkt

$$K_{\text{gk}} := \frac{K_{\text{gk_rot}}}{\left(\frac{d_{\text{vinsj}}}{2} + \frac{d_{\text{vaier}}}{2} \right)^2}$$

$$\frac{\text{MBL}}{K_{\text{gk}}} = 0.319 \text{ m}$$

$$K_{\text{gk}} = 1.083 \times 10^3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Antar liten demping i kobling. Dette er altså en mekanisk fjær

$$C_{\text{gk}} := 2\% \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot K_{\text{gk}}}{2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \text{Hz}}$$

$$C_{\text{gk}} = 4.874 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

Girsystem med kobling og pumpe

Utvexling gir 1 $gir_1 = 3.2$
 Utvexling gir 2 $gir_2 = 2.5$
 Utvexling gir 3 $gir_3 = 2.5$

Når pumpen er i driftmodus drives alle tre gir. $gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 = 20$
 Når pumpen er i returmodus drives systemet kun gjennom gir 1, men gir 2 og gir 3 roterer også.
 Alle masser nedenfor girene blir ganget opp med kvadratet av giringen.

Diameter hydraulikkør $d_{hydr} := 1.0\text{-in}$ $d_{hydr} = 25.4\text{-mm}$
 Deplasement i pumpe $\Delta_{pumpe} = 500\text{-cm}^3$

Sammenheng mellom hastighet på vaier og hastighet i hydraulikk

$$RPS_{vinsj} = \frac{v_{vaier}}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})}$$

$$RPS_{pumpe} = RPS_{vinsj} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 = \frac{v_{vaier}}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3$$

$$v_{hydraulikk} = \frac{RPS_{pumpe} \cdot \Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2} = \frac{v_{vaier} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot \Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})} = gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot v_{vaier}$$

Utvexling mellom hydraulikkens hastighet og hastighet på vaier dersom pumpe var koblet direkte på vinsj $gir_4 := \frac{\Delta_{pumpe}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2} \cdot \frac{1}{\pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier})}$ $gir_4 = 0.75$

$$gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 = 14.957$$

$$gir_1 \cdot gir_4 = 2.393$$

Kobling

Koblingen løper fritt når rotasjonshastigheten på koblingen overstiger en viss verdi. Vi setter denne til

$$RPM_{krit} := \frac{1450 \cdot \frac{1}{min}}{gir_2 \cdot gir_3} \quad RPM_{krit} = 232 \cdot \frac{1}{min}$$

Dette tilsvarer en hastighet på vaier lik

$$\frac{RPM_{krit}}{gir_1} \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier}) = 1.594 \frac{m}{s}$$

Dette tilsvarer en hastighet på hydraulikk lik

$$du_{krit} := RPM_{krit} \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot \pi \cdot (d_{vinsj} + d_{vaier}) \quad du_{krit} = 23.847 \frac{m}{s}$$

Dette tilsvarer en strømning lik

$$1450 \cdot \frac{1}{min} \cdot \Delta_{pumpe} = 725 \cdot \frac{liter}{min} \quad du_{krit} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 = 725 \cdot \frac{liter}{min}$$

La oss sette at denne koblingen er enten er innkoblet, slurer, eller løper fritt. Dette gjøres ved å sette inn et dempeledd mellom nodene. "du" er hastighet i noden etter koblingen.

Momentkapasiteten i koblingen er avhengig av rotasjonshastigheten. Ved 0 rotasjonshastighet vil koblingen slure ved et trykk mellom 250 bar og 300 bar. Ved lavere trykk enn 250 bar er den innkoblet. Ved høyere trykk enn 300 bar løper koblingen fritt. Ved positiv rotasjon vil disse kapasitetene reduseres. Ved hastighet tilsvarende pumpens kritiske hastighet er kapasiteten lik 0.

$$C_{sentr} := \frac{50\% \cdot MBL \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4}{du_{krit} \cdot (100\% - 10\%)}$$

$$C_{kobling}(du, V) := \begin{cases} \text{if } du > 0 \cdot \frac{m}{s} \\ \left| \begin{array}{l} \frac{1}{1000} \cdot C_{sentr} \quad \text{if } P_0 \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^K > 300\text{-bar} \cdot \left[1 - \left(\frac{du}{du_{krit}} \right)^2 \right] \\ 1000 \cdot C_{sentr} \quad \text{if } P_0 \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^K < 250\text{-bar} \cdot \left[1 - \left(\frac{du}{du_{krit}} \right)^2 \right] \\ C_{sentr} \quad \text{otherwise} \\ 1000 \cdot C_{sentr} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$C_{kobling} \cdot du_D = C_{kobling2} \cdot du_E$$

$$du_E = gir_{total} \cdot du_D$$

For å inkludere effekten av giring, legges det inn usymmetriske dempere inn i dempematriksen. Dette betyr at bevegelsen til nodene etter giret får en hastighet som er giret opp i forhold til nodene før giret. Giringen er ulik avhengig av rotasjonsretning. Overgangen mellom positiv og negativ rotasjon gjøres gradvis.

$$gir_{total}(du) := \begin{cases} gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 & \text{if } du > 0.25 \cdot \frac{m}{s} \\ gir_1 \cdot gir_4 & \text{if } du < -0.25 \cdot \frac{m}{s} \\ \left(\frac{du + 0.25 \cdot \frac{m}{s}}{0.5 \cdot \frac{m}{s}} \right)^{0.5} \cdot gir_1 \cdot (gir_2 \cdot gir_3) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_{kobling2} = \frac{C_{kobling}}{gir_{total}} \quad C_{kobling2}(du, V) := \frac{C_{kobling}(du, V)}{gir_{total}(du)}$$

$$C_{kobling} \cdot du_D - C_{kobling2} \cdot du_E = (C_{kobling2} \cdot du_D - C_{kobling3} \cdot du_E) \cdot gir_{total}$$

$$\Rightarrow C_{kobling3} = \frac{C_{kobling}}{gir_{total}^2} \quad C_{kobling3}(du, V) := \frac{C_{kobling}(du, V)}{gir_{total}(du)^2}$$

Masser

$$I_{gir_1} := 0.0096 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{gir_2} := 0.0003 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{gir_3} := 0.0003 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{kobling_f} := \frac{(200\text{mm})^2}{8} \cdot 10 \cdot \text{kg}$$

$$I_{kobling_f} = 0.05 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{kobling_e} := \frac{(200\text{mm})^2}{8} \cdot 10 \cdot \text{kg} + 2 \cdot 15 \cdot \text{kg} \cdot (200\text{mm})^2$$

$$I_{kobling_e} = 1.25 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{frikans_1} := \left(\frac{234\text{mm} + 212\text{mm}}{2 \cdot 2} \right)^2 \cdot 20.4 \cdot \text{kg}$$

$$I_{frikans_1} = 0.254 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{frikans_2} := \left(\frac{234\text{mm} + 212\text{mm}}{2 \cdot 2} \right)^2 \cdot 20.4 \cdot \text{kg}$$

$$I_{frikans_2} = 0.254 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Pumpe
 (Inkluderer ikke svinghjul)

$$I_{pumpe} := 0.046 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 + 0 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Masse før sentrifugalkobling i forhold til vaieren

$$M_{gir_f} := \frac{I_{gir_1} \cdot gir_1^2 + 0.5 \cdot I_{frikans_1} + I_{kobling_f} \cdot gir_1^2}{\left(\frac{d_{vinsj}}{2} + \frac{d_{vaier}}{2} \right)^2}$$

$$M_{gir_f} = 16.715 \text{ kg}$$

Masse etter sentrifugalkobling i forhold til hydraulikk

$$M_{gir_e} := \left[\frac{I_{kobling_e} + 0.5 \cdot I_{frikans_1}}{(gir_2 \cdot gir_3)^2} + \frac{I_{gir_2}}{gir_3^2} + I_{gir_3} + I_{frikans_2} + I_{pumpe} \right] \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2}{\Delta pumpe} \right)^2$$

$$M_{gir_e} = 13.591 \text{ kg}$$

Hydraulikk med akkumulator, pumpe og turbin

Masser

Hydraulikk fra reservoar til akkumulator via pumpe

$$M_{hydr_f} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot 1000\text{-mm} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$M_{hydr_f} = 0.481\text{kg}$$

Hydraulikk fra akkumulator til reservoar via turbin

$$M_{hydr_e} := \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot 1000\text{-mm} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$M_{hydr_e} = 0.481\text{kg}$$

Turbin

$$I_{turbin} := 0.046\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Generator

$$I_{generator} := 0.1\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Deplasement i turbin

$$\Delta_{turbin} := 22\text{-cm}^3$$

Masse av hydraulikk, turbin og generator i forhold til hydraulikk

$$M_{turbin} := M_{hydr_e} + (I_{turbin} + I_{generator}) \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2}{\Delta_{turbin}} \right)^2$$

$$M_{turbin} = 3.058\text{-tonne}$$

Viskøse krefter i hydraulikk

Forhold mellom ruhet i trekte rør og diameter

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}}{d_{hydr}} = 5.9055 \times 10^{-5}$$

Typisk Reynolds tall

$$Re := \frac{1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot gir_1 \cdot gir_2 \cdot gir_3 \cdot gir_4 \cdot d_{hydr} \cdot \rho}{\nu}$$

$$Re = 299391$$

Friksjonsfaktor ved dette forholdet

$$f := \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

$$f = 0.014$$

Koeffisient for viskøst trykktap

$$\frac{f \cdot 1000\text{-mm}}{d_{hydr}} = 0.532$$

Dette betyr at alle bend, innløp og utløp vil dominere trykktapene (drag). La oss anta en tapskoeffisient på 3 på hydraulikken før akkumulator, samt en like stor koeffisient for tap i akkumulator.

Etter akkumulatoren vil oljen gå gjennom en ventil (som stenger ved for lavt trykk). Vi kan derfor anta en langt høyere tapskoeffisient her. Dersom oljen strupes slik at hastigheten 3-dobles gjennom denne ventilen, vil tapskoeffisienten i ventilen være ca 9.

Trykktap

$$\Delta p := 3 \cdot \frac{\rho \cdot du \cdot |du|}{2}$$

Hydraulikk før akkumulator

$$C_{hyd_1}(du, V) := \left(\frac{f \cdot 1000\text{-mm}}{d_{hydr}} + 3 + 3 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot |du| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

Hydraulikk etter akkumulator

$$C_{hyd_2}(du) := \left(\frac{f \cdot 1000\text{-mm}}{d_{hydr}} + 3 + 9 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 950 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot |du| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

$$C_{hyd_2} \left(1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 3.016 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Akkumulator

Volum av akkumulator	$V_T = 200\text{-liter}$
Trykk med tom akkumulator	$p_T = 45\text{-bar}$
Arbeidstrykk	$p_0 = 145\text{-bar}$
Volum ved arbeidstrykk	$V_0 = 62.069\text{-liter}$
Isentropisk gasskonstant for Nitrogen	$\kappa \equiv 1.4$

Vi antar at vi har en isentropisk kompresjon av gassen. I praksis vil man ha en isoterm kompresjon / ekspansjon fra ladetrykket til et gjennomsnittlig (faktisk) arbeidstrykk, mens kompresjonen / ekspansjonen for hver bølgeperiode vil være isentropisk. Ved å anta en isentropisk kompresjon blir resultatene avhengig av at det initielle arbeidstrykket og det faktiske arbeidstrykket er omtrent like.

Gasskonstant for isoterm prosess $\kappa := 1.4$

Ligning for sammenheng mellom trykk og deplasement i akkumulator

$$p = \frac{p_0 \cdot V_0^\kappa}{(V_0 - V)^\kappa}$$

hvor V er deplasement ut fra volum fylt av væske ved arbeidstrykk

$$V_{i+1} = V_i + \Delta u \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

hvor "Δu" er forskjell i forskyvning av fluid før og etter akkumulator

Trykk beregnes ved

$$p = \frac{p_0 \cdot V_0^\kappa}{(V_0 - V)^\kappa}$$

Ligning for sammenheng mellom trykk og kraft

$$F = p \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

Kombinerer disse to ligningene

$$F = p_0 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^\kappa$$

Deriverer denne ligningen

$$\frac{dF}{dV} = \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot V_0^\kappa \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2}{(V_0 - V)^{\kappa+1}}$$

Stivheten er lik stigningen på kraft - deformasjons kurven.

$$K = \frac{dF}{du} = \frac{dF}{dV} \cdot \frac{dV}{du} = \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot V_0^\kappa \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2}{(V_0 - V)^{\kappa+1}} = \frac{\kappa \cdot p_0}{V_0} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^{\kappa+1}$$

Når deplasementet er negativt tømmes akkumulatoren. Når den tømmes slik at den blir mer enn helt tom gir akkumulatoren ingen fleksibilitet.

Avviket mellom kraft og deplasement pga denne fjærstivheten modelleres som motsatt rettede krefter på de to nodene i tillegg til fjærstivhet.

$$K_{alkk}(V) := \begin{cases} \frac{\kappa \cdot p_0 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \right)^2}{V_0} \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^{\kappa+1} & \text{if } -V < V_T - V_0 \\ 0 \cdot \frac{N}{m} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$F_{alkk}(\Delta u, V) := \begin{cases} p_0 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^\kappa - K_{alkk}(V) \cdot \Delta u & \text{if } -V < V_T - V_0 \\ 0 \cdot N & \text{otherwise} \end{cases}$$

Δu er forskjell i forskyvning mellom de to nodene

Dersom akkumulator tømmes helt, kobles frihetsgradene foran og etter akkumulator sammen ved hjelp av en kraftig demping.

$$C_{\text{akk}}(V) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} & \text{if } -V < V_T - V_0 \\ 1000 \cdot C_{\text{sentr}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Akkumulatorens volum er ganske stort i forhold til den slaglengden den vil ha. Dette betyr at akkumulatoren er ganske lineær i sitt virkeområde.

Slaglengde tilsvarende akkumulatorenes volum

$$\frac{V_T}{\left(\text{gir}_1 \cdot \text{gir}_2 \cdot \text{gir}_3 \cdot \text{gir}_4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)} = 26.389 \text{ m} \qquad \frac{V_T}{\left(\text{gir}_1 \cdot \text{gir}_4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)} = 164.934 \text{ m}$$

Demping - uttak av energi

Turbinens design-effekt (uttak ved 25% av kritisk hastighet)

$$Q_{\text{krit}} = 9.5 \cdot \frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{liter}}{\text{s}} \right)^2}$$

Koeffisient for trykkfall over turbin

$$C_p := Q_{\text{krit}}$$

$$C_p = 9.5 \cdot \frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{liter}}{\text{s}} \right)^2}$$

$$C_p = 9.5 \times 10^4 \frac{\text{s}}{\text{m}^3} \cdot \text{bar}$$

Effekt ut på generator

$$Q = C_p \cdot \left(du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2$$

Tilsvarende kraft på vinsj

$$F = \frac{Q}{du} = C_p \cdot du \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2$$

Dempeleddet er dermed gitt som:

$$C_{\text{turbin}} := C_p \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right)^2$$

$$C_{\text{turbin}} = 2.439 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Tap i turbin

Antar 10 % tap i turbin og generator

Dersom trykket blir lavere enn en viss grense lukkes en ventil. Dette modelleres ved å øke demping i turbin.

$$p_{\text{krit}} = 60 \cdot \text{bar}$$

Dempeleddet er dermed gitt som:

$$C_{\text{turbin_tap}}(V) := \begin{cases} \frac{C_{\text{turbin}} \cdot 10\%}{100\% - 10\%} & \text{if } p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^{\kappa} > p_{\text{krit}} \\ 10^3 \cdot C_{\text{turbin}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_{\text{turbin_tap}}(0\text{-liter}) = 271.016 \cdot \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Tap i pumpe

Pumpen har en typisk mekanisk virkningsgrad på rundt 95 %. Dette betyr at 5% av den overførte effekten tapes

Overført effekt

$$\text{Trykk} \cdot \text{Flow} = p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^{\kappa} \cdot du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2$$

Effekttap

$$5\% \cdot \left[p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^{\kappa} \cdot du \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right]$$

Kraft

$$\text{Kraft} = \frac{\text{Effekttap}}{du} = 5\% \cdot p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^{\kappa} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2$$

$$F_{\text{pumpe}}(V) := 5\% \cdot p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{|V_0 - V|} \right)^{\kappa} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2$$

$$F_{\text{pumpe}}(0\text{-liter}) = 367.363 \cdot \text{N}$$

Prosjekt: 30874

Flytelegeme - horisontal frihetsgrad

Diameter på flytelegeme	D = 5 m
Høyde på flytelegeme	H = 1.5 m
Nominell masse av flytelegeme (estimat stål)	$M_{\text{flytelegeme}} = 4.9 \text{ tonne}$

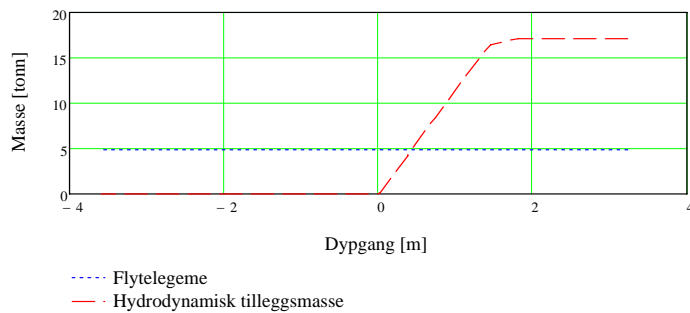
Hydrodynamisk tilleggs masse på flytelegeme

Ulike verdier for hydrodynamisk tilleggs masse i horisontal retning:

Neddykket sylinder, uendelig lang	Deplasement $\cdot \rho$	
Neddykket kvadrat, uendelig langt:	$1.51 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \text{Deplasement} \cdot \rho$	$1.51 \cdot \frac{\pi}{4} = 1.186$
Flytende rektangulært skrog, uendelig langt:	$0.67 \cdot \text{Deplasement} \cdot \rho$	(Bai 1977, Flagg and Neumann 1971)

Basert på disse tallene setter vi at hydrodynamisk tilleggs masse er lik

$$M_{hx}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \text{ tonne} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \text{ m} \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot A \cdot (\zeta - u) \cdot \rho & \text{if } 0 \text{ m} \leq \zeta - u < H \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot A \cdot H \cdot \rho & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases} \quad M_h(0 \text{ m}, 0 \text{ m}) = 18.147 \text{ tonne}$$



Viskøs demping (drag) på flytelegeme

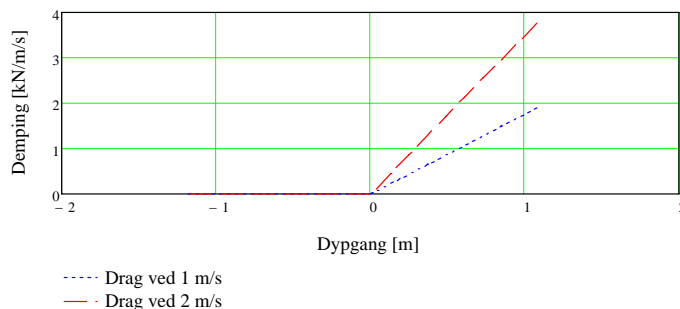
Neddykket, lang sylinder: $\frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot H \cdot du^2$ (NS3479)

Flytende sylinder: Antar at dragkreftene reduseres på samme måte som for hydrodynamisk tilleggs masse

Dette gir en ikke-lineær dempekoeffisient

Basert på disse tallene setter vi at demping pga drag er lik

$$C_{dx}(u, \zeta, du, d\zeta) := \begin{cases} 0 \frac{N}{m \cdot s} & \text{if } (\zeta - u) < 0 \text{ m} \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot \frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot (\zeta - u) \cdot |du - d\zeta| & \text{if } 0 \text{ m} \leq \zeta - u < H \\ \frac{4}{1.51 \cdot \pi} \cdot 0.67 \cdot \frac{1.2}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot H \cdot |du - d\zeta| & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

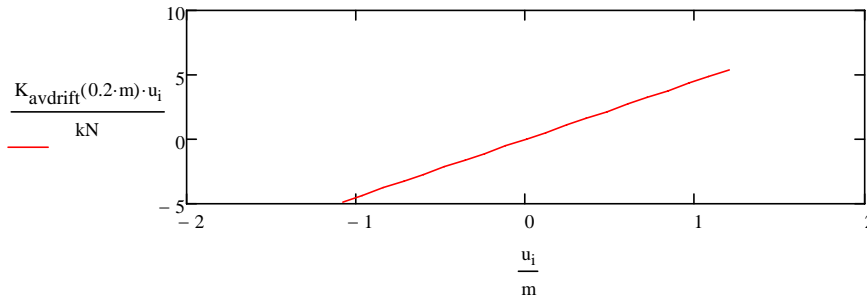


Avdrift - stivhet

Stivhet på grunn av at strekket i vaieren har en horisontal komponent

$$K_{avdrift}(\Delta u) := \frac{\left(K_{vaier_1}^{-1} + K_{demper}^{-1}\right)^{-1} \cdot \Delta u}{h}$$

$$K_{avdrift}(0.2\text{m}) = 4.512 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Froude Krylov

Trykk integrert rundt flytelegemet hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0\text{-m}, t)$$

$$M_{FKx}(u, \zeta) := \begin{cases} 0 \cdot \text{kg} & \text{if } (\zeta - u) < 0\text{-m} \\ \rho \cdot A \cdot (\zeta - u) & \text{if } 0\text{-m} \leq \zeta - u < H \\ \rho \cdot A \cdot H & \text{if } \zeta - u \geq H \end{cases}$$

$$F_{FKx}(u, \zeta, a_x) := M_{FKx}(u, \zeta) \cdot a_x$$

Dragkrefter

Dragkrefter

$$F_{dragx}(u, \zeta, du, d\zeta) := C_{dx}(u, \zeta, du, d\zeta) \cdot d\zeta$$

hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0\text{-m}, t)$$

hvor $d\zeta$ er partikkelhastighet under flytelegemet

$$v_x(x, -u_A, t)$$

Treghtskrefter

Treghtskrefter

$$F_{amx}(u, \zeta, dd\zeta) := M_{hx}(u, \zeta) \cdot dd\zeta$$

hvor ζ er overflateheving

$$\zeta_z(x, 0\text{-m}, t)$$

hvor $dd\zeta$ er partikkelakselerasjonen under flytelegemet

$$a_x(x, -u_A, t)$$

Avdriften vil også medføre at flytelegemet blir litt mer neddykket. Økt dypgang er gitt av formelen

$$\Delta B(x) := \sqrt{x^2 + h^2} - h$$

Denne økte oppdriften legges inn som et tillegg i bølgehøyde i matrisene.

Numerisk løsning

$$\Delta t := 0.0025 \text{ sec}$$

$$I := \text{Perioder} \cdot \text{round}\left(\frac{T}{\Delta t}\right) = 6 \times 10^4$$

$$\begin{aligned}
 U_{\text{num}} := & \gamma \leftarrow \frac{1}{2} \\
 & \beta \leftarrow \frac{1}{4} \\
 & t \leftarrow t_0 \\
 & \text{for } i \in 1..I \\
 & \quad x \leftarrow (u_i)_8 \\
 & \quad Mm \leftarrow M\left[(u_i)_2, (du_i)_6, (du_i)_7, x, t\right] \\
 & \quad Cm \leftarrow C\left[(u_i)_2, (du_i)_2, (du_i)_3, (du_i)_4, (du_i)_6, (du_i)_7, (du_i)_8, V_i, x, t\right] \\
 & \quad Km \leftarrow K\left[(u_i)_2, (u_i)_3, (u_i)_4, V_i, x, t\right] \\
 & \quad Fm \leftarrow F\left[(u_i)_2, (u_i)_3, (u_i)_4, (u_i)_6, (u_i)_7, (du_i)_2, (du_i)_8, V_i, x, t\right] \\
 & \quad K_{\text{eff}} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot Mm + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Cm + Km \\
 & \quad F_{\text{eff}} \leftarrow Fm + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \cdot Mm + \Delta t \cdot \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \cdot Cm \right] \cdot ddu_i + \left[\frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Mm + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \cdot Cm \right] \cdot du_i + \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot Mm + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot Cm \right) \cdot u_i \\
 & \quad u_{i+1} \leftarrow K_{\text{eff}}^{-1} \cdot F_{\text{eff}} \\
 & \quad ddu_{i+1} \leftarrow \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot u_{i+1} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \cdot ddu_i - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot du_i - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot u_i \\
 & \quad du_{i+1} \leftarrow du_i + (1 - \gamma) \cdot \Delta t \cdot ddu_i + \gamma \cdot \Delta t \cdot ddu_{i+1} \\
 & \quad V_{i+1} \leftarrow V_i + \left[(u_{i+1})_6 - (u_{i+1})_7 - \left[(u_i)_6 - (u_i)_7 \right] \right] \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{hydr}}^2 \right) \\
 & \quad t \leftarrow t + \Delta t \\
 & \quad U^{(1)} \leftarrow \frac{u}{m} \\
 & \quad U^{(2)} \leftarrow \frac{du \cdot \text{sec}}{m} \\
 & \quad U^{(3)} \leftarrow \frac{ddu \cdot \text{sec}^2}{m} \\
 & \quad U^{(4)} \leftarrow \frac{V}{\text{liter}} \\
 & U
 \end{aligned}$$

$$u := U_{\text{num}}^{\langle 1 \rangle} \cdot m$$

$$du := U_{\text{num}}^{\langle 2 \rangle} \cdot \frac{m}{\text{sec}}$$

$$ddu := U_{\text{num}}^{\langle 3 \rangle} \cdot \frac{m}{\text{sec}^2}$$

$$V := U_{\text{num}}^{\langle 4 \rangle} \cdot \text{liter} \quad I := \text{rows}(V) \quad i := 1..I$$

$$u_A := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_2 \\ u \end{cases}$$

$$du_A := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_2 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_A := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_2 \\ ddu \end{cases}$$

$$p := P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - V} \right)^k$$

$$u_B := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_3 \\ u \end{cases}$$

$$du_B := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_3 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_B := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_3 \\ ddu \end{cases}$$

$$t_i := t_0 + (i - 1) \cdot \Delta t$$

$$u_C := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_4 \\ u \end{cases}$$

$$du_C := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_4 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_C := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_4 \\ ddu \end{cases}$$

$$u_D := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_5 \\ u \end{cases}$$

$$du_D := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_5 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_D := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_5 \\ ddu \end{cases}$$

$$u_E := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_6 \\ u \end{cases}$$

$$du_E := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_6 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_E := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_6 \\ ddu \end{cases}$$

$$u_F := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_7 \\ u \end{cases}$$

$$du_F := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_7 \\ du \end{cases}$$

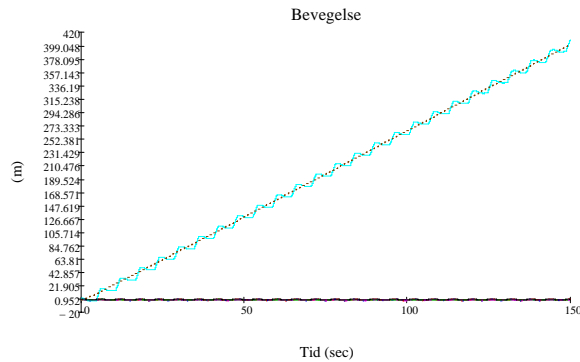
$$ddu_F := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_7 \\ ddu \end{cases}$$

$$u_G := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ u_i \leftarrow (u_i)_8 \\ u \end{cases}$$

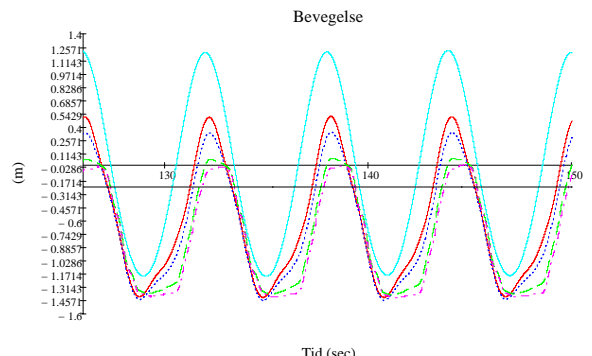
$$du_G := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ du_i \leftarrow (du_i)_8 \\ du \end{cases}$$

$$ddu_G := \begin{cases} \text{for } i \in 1..I \\ ddu_i \leftarrow (ddu_i)_8 \\ ddu \end{cases}$$

$$x := u_G$$

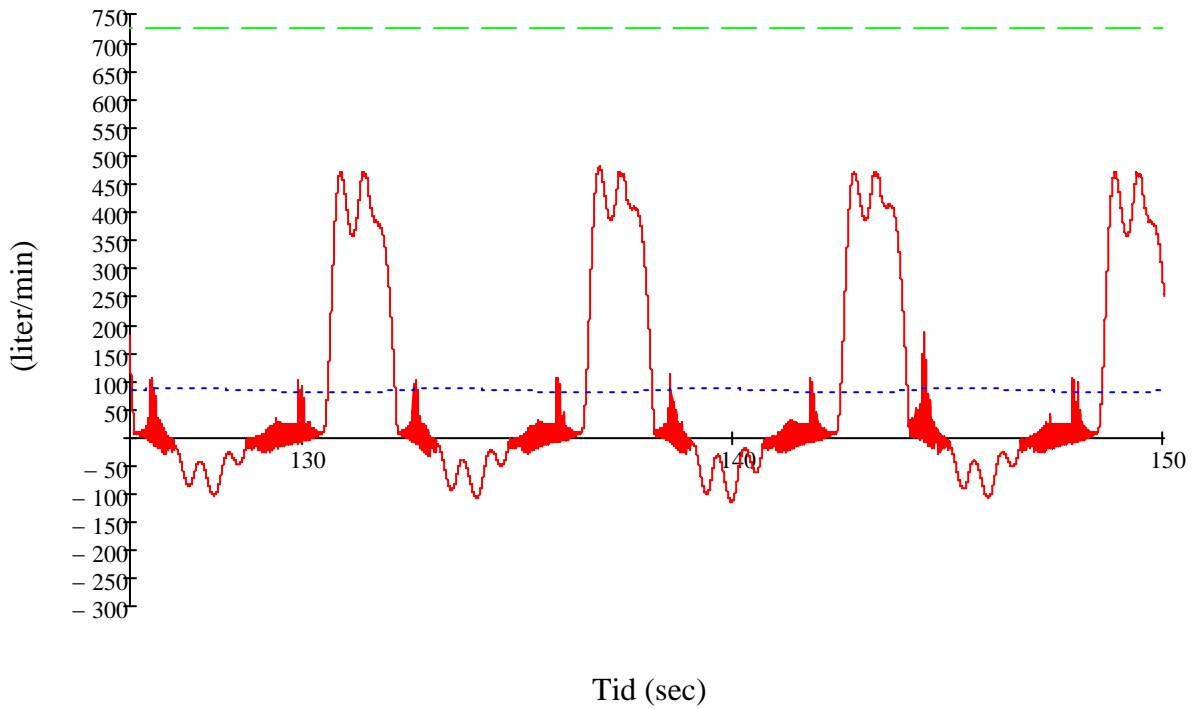


- Flytelegeme
- Bunnfeste
- Vinsj
- Overgang til gir 1
- Hydraulikk før akkumulator
- Hydraulikk etter akkumulator
- Bølgebevegelse



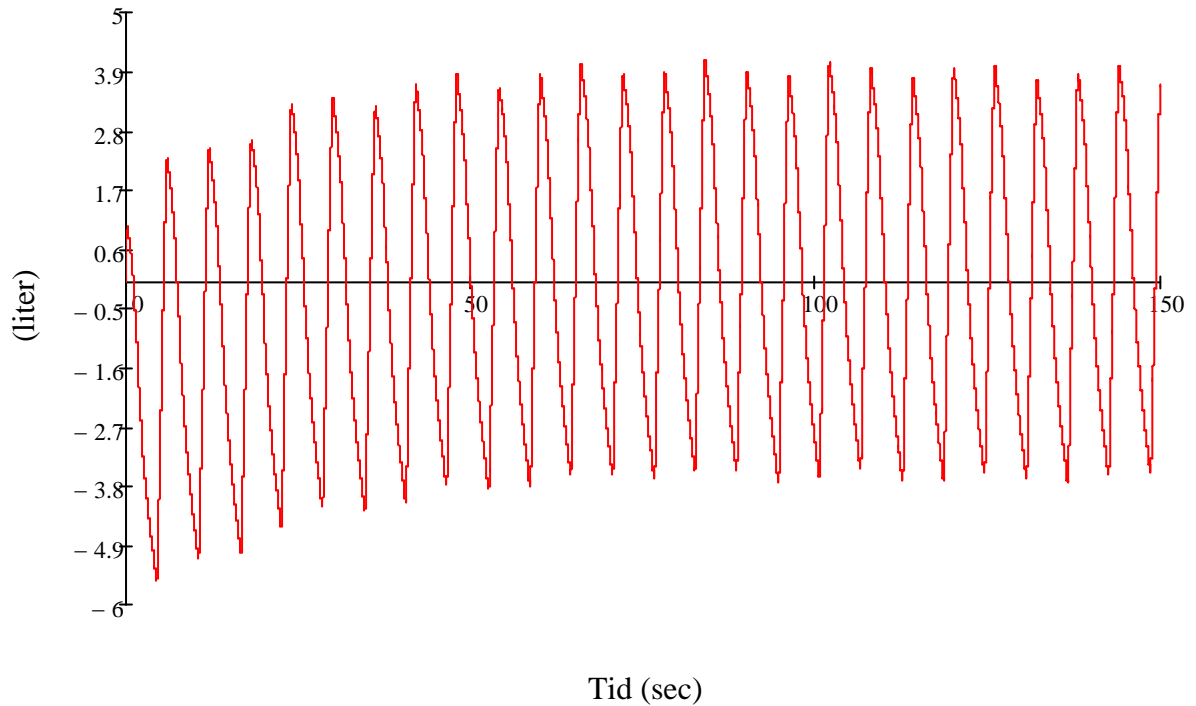
- Vertikal bevegelse av flytelegeme
- Bunnfeste
- Vinsj
- Overgang til gir 1
- Bølgebevegelse, inkludert ekstra dyppgang pga avdrift
- Dyppgang

Strømning

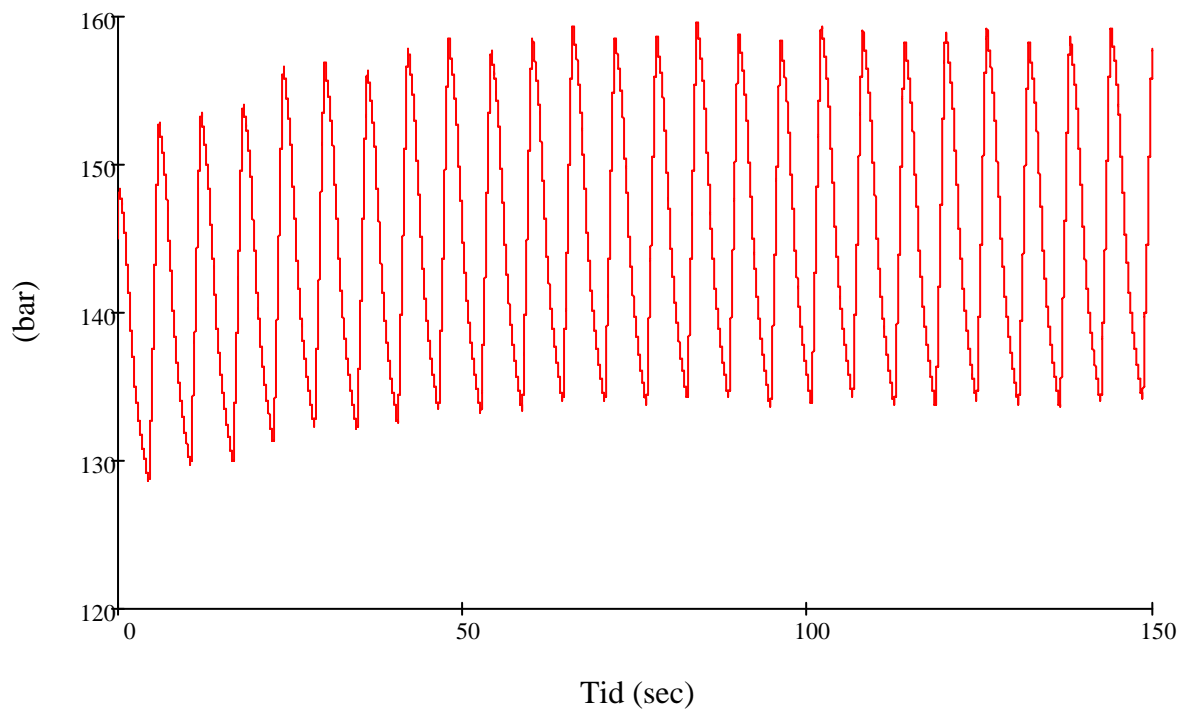


- Hydraulikk før akkumulator
- Hydraulikk etter akkumulator
- Kritisk hastighet

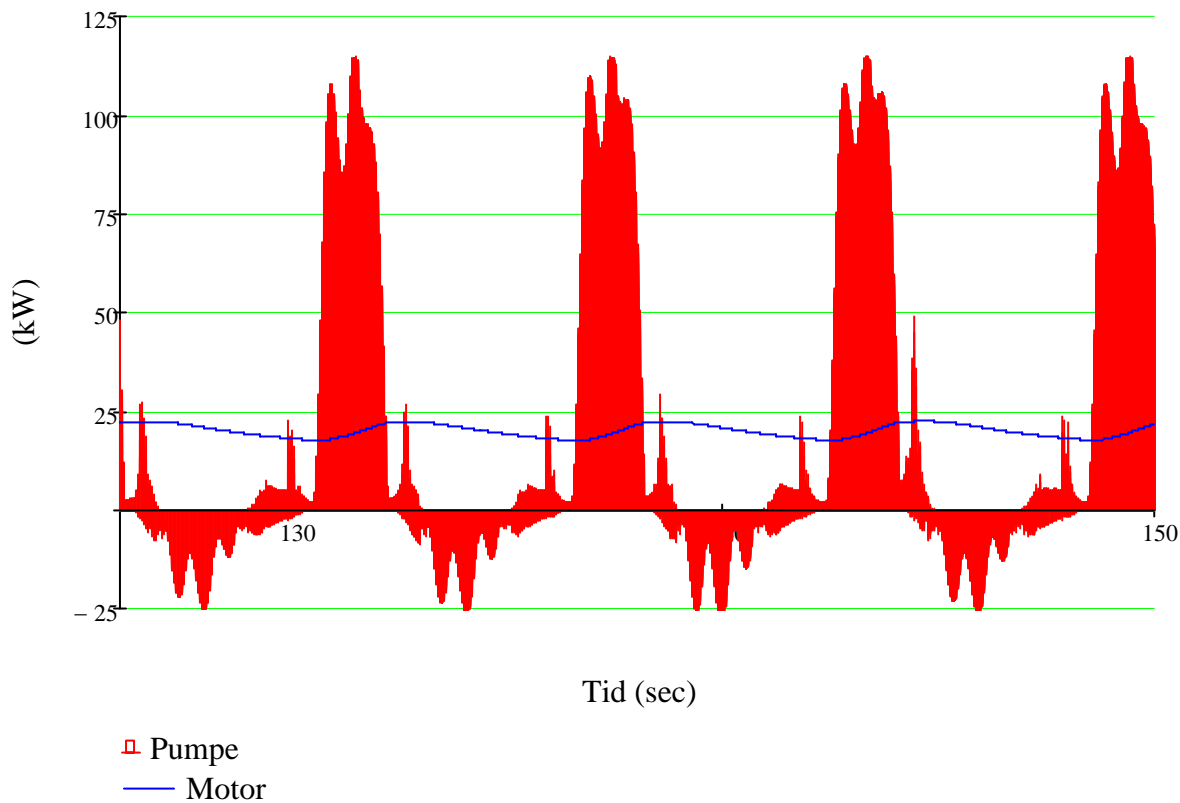
Fortrengt akkumulator volum



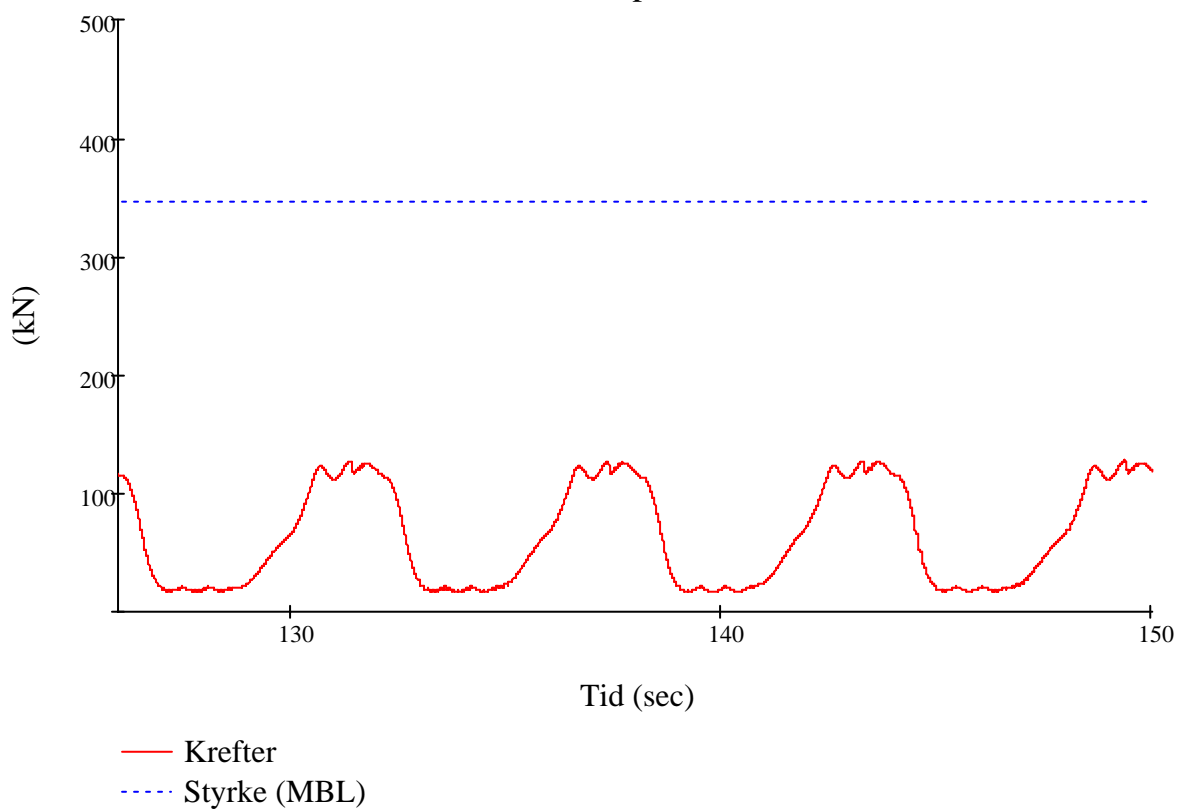
Trykk i akkumulator



Effekt på pumpe og motor



Krefter på vaier



Effekter i systemet

1
 $u_{A_{1-four}}$

Bølgeeffekt

$$E_D = 170.264 \text{ kW}$$

$k := 2..I$

Kraft på flytelegeme

$$\begin{aligned} \text{Kraft}_k &:= F(u_{A_{k-1}}, u_{B_{k-1}}, u_{C_{k-1}}, u_{E_{k-1}}, u_{F_{k-1}}, du_{A_{k-1}}, du_{G_{k-1}}, V_{k-1}, x_{k-1}, t_{k-1})^2 \dots \\ &+ -M_h(u_{A_{k-1}}, \zeta_z(x_{k-1}, 0, m, t_{k-1}) + \Delta B(x_{k-1})) \cdot ddu_{A_k} \dots \\ &+ -(C_d(u_{A_{k-1}}, \zeta_z(x_{k-1}, 0, m, t_{k-1}) + \Delta B(x_{k-1})) \cdot du_{A_{k-1}}, v_z(x_{k-1}, -u_{A_{k-1}}, t_{k-1})) + C_h(u_{A_{k-1}}, \zeta_z(x_{k-1}, 0, m, t_{k-1}) + \Delta B(x_{k-1})) \cdot du_{A_k} \dots \\ &+ -K_{oppdrift}(u_{A_{k-1}}, \zeta_z(x_{k-1}, 0, m, t_{k-1}) + \Delta B(x_{k-1})) \cdot u_{A_k} \\ E_{inn_k} &:= \text{Kraft}_k \cdot du_{A_k} \end{aligned}$$

Tilført effekt til flytelegeme

$$E_{inn} := \text{submatrix} \left(E_{inn}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(E_{inn}) = 22.973 \text{ kW}$$

$$E_{ut_k} := C_{turbin} \cdot (du_{F_k})^2$$

Effekt tatt ut av generator

$$E_{ut} := \text{submatrix} \left(E_{ut}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(E_{ut}) = 17.93 \text{ kW}$$

$$\min(E_{ut}) = 15977.276 \text{ W} \quad \max(E_{ut}) = 19.809 \text{ kW}$$

$$Pr_i := p_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_0 - V_i} \right)^k$$

$$\text{Press} := \text{submatrix} \left(Pr, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right)$$

Hydraulikkstrømning

$$F_l := \text{submatrix} \left(du_{F_l}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

$$F_l := \text{submatrix} \left(du_{F_l}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{hydr}^2$$

$$\text{mean}(F_l) = 82.382 \frac{\text{liter}}{\text{min}} \quad \max(F_l) = 86.641 \frac{\text{liter}}{\text{min}}$$

Tap i systemet

$$\text{Tap}_{vaier} := \text{submatrix} \left[\overrightarrow{0.5 \cdot C_{vaier_1} (du_A)^2 + (0.5 \cdot C_{vaier_1} (du_B) + C_{vaier_2} (du_B)) \cdot du_B^2}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right] \text{mean}(\text{Tap}_{vaier}) = 0.017 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{gk} := \text{submatrix} \left[\overrightarrow{C_{gk} \cdot (du_C - du_D)^2}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right] \quad \text{mean}(\text{Tap}_{gk}) = 0.056 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{kobling_k} := (du_{D_k} \quad du_{E_k}) \cdot \begin{bmatrix} C_{kobling} (du_{E_{k-1}}, V_{k-1}) & -C_{kobling2} (du_{E_{k-1}}, V_{k-1}) \\ -C_{kobling2} (du_{E_{k-1}}, V_{k-1}) & C_{kobling3} (du_{E_{k-1}}, V_{k-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} du_{D_k} \\ du_{E_k} \end{pmatrix}$$

$$\text{Tap}_{kobling} := \text{submatrix} \left(\text{Tap}_{kobling}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(\text{Tap}_{kobling}) = 1.167 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{pumpe_k} := F_{pumpe} (V_{k-1}) \cdot du_{E_k}$$

$$\text{Tap}_{pumpe} := \text{submatrix} \left(\text{Tap}_{pumpe}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(\text{Tap}_{pumpe}) = 0.989 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{hydraulikk} := \text{submatrix} \left[\overrightarrow{C_{hyd_1} (du_E, V) (du_E)^2 + C_{hyd_2} (du_F) (du_F)^2}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right] \quad \text{mean}(\text{Tap}_{hydraulikk}) = 0.92 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{turbin_tap_k} := C_{turbin_tap} (V_{k-1}) (du_{F_k})^2 \cdot \left[p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 - V_{k-1}} \right)^k > p_{krit} \right]$$

$$\text{Tap}_{turbin_tap} := \text{submatrix} \left(\text{Tap}_{turbin_tap}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(\text{Tap}_{turbin_tap}) = 1.992 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{ventil_k} := C_{turbin_tap} (V_{k-1}) (du_{F_k})^2$$

$$\text{Tap}_{ventil} := \text{submatrix} \left(\text{Tap}_{ventil}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) - \text{Tap}_{turbin_tap} \quad \text{mean}(\text{Tap}_{ventil}) = 0 \text{ kW} \quad \max(\text{Tap}_{ventil}) = 0 \text{ kW}$$

$$\text{Tap}_{akk_k} := C_{akk} (V_{k-1}) \cdot \left[(du_{E_k} - du_{F_k})^2 \right]$$

$$\text{Tap}_{akk} := \text{submatrix} \left(\text{Tap}_{akk}, I - \text{round} \left(\frac{\text{Per}_{ant} \cdot T}{\Delta t} \right), I, I, I \right) \quad \text{mean}(\text{Tap}_{akk}) = 0 \text{ kW}$$

$$\text{mean}(\text{Tap}_{\text{akk}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{ventil}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{turbin_tap}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{hydraulikk}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{pumpe}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{kobling}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{gk}}) + \text{mean}(\text{Tap}_{\text{vaier}}) = 5.26\text{-kW}$$

$$\text{mean}(\text{Press}) = 145\text{-bar} \quad \text{max}(\text{Press}) = 159\text{-bar}$$

$$\text{mean}(E_{\text{inn}}) = 23.3\text{-kW}$$

$$\text{mean}(E_{\text{ut}}) = 18\text{-kW}$$

$$\text{mean}(E_{\text{inn}} - E_{\text{ut}}) = 5.407\text{-kW}$$

INPUT :

$$\frac{\text{mean}(E_{\text{ut}})}{\text{mean}(E_{\text{inn}})} = 77\%$$

$$E:D = 170\text{-kW}$$

$$\frac{\text{mean}(E_{\text{ut}})}{E:D} = 10.5\%$$

$$P_0 \equiv 145\text{-bar}$$

$$P_{\text{krit}} \equiv 60\text{-bar}$$

$$P_T \equiv 45\text{-bar}$$

$$V_T \equiv 200\text{-liter}$$

$$V_0 \equiv \frac{P_T}{P_0} \cdot V_T$$

$$Q_{\text{krit}} \equiv 9.5 \cdot \frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{liter}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$\Delta_{\text{pumpe}} \equiv 500\text{-cm}^3$$

$$D \equiv 5\text{-m}$$

$$H \equiv 1.5\text{-m}$$

$$\zeta_a \equiv 1.2\text{-m}$$

$$T \equiv 6\text{sec}$$

$$g_{ir1} \equiv 3.2$$

$$g_{ir2} \equiv 2.5$$

$$g_{ir3} \equiv 2.5$$

$$\text{Perioder} \equiv 20$$

$$\text{Per}_{\text{ant}} \equiv 4$$